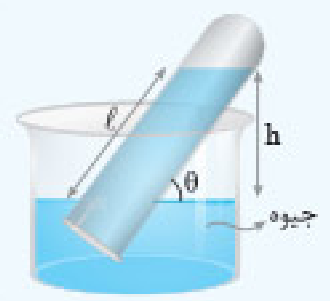
گام دوم در ابتدا فشـاری به انتهای لوله وارد نمی‌شود. با هر سانتی‌متر فرو رفتن به داخل جیوه $1cmHg$ فشـار به انتهای لوله وارد می‌شود. از آنجایی که در نهایـت $20cmHg$ فشـار را می‌تواند تحمل کند: پـس حداکثر $20cm$ می‌تواند داخل جیوه فرو برود.

۲۴۷. (گزینه ۲)

تذکر: این را می‌دانیم که فشـار مایع درون ظرف به ارتفاع مایع در راسـتای قائم بستگی دارد: از این‌رو در جوسنجی مانند شکل زیر فشار هوا از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$P_0 = \rho gh \quad , \quad h = \ell \sin\theta$



$P_0(Pa) = \rho(kg/m^3)g(m/s^2)\ell(m)\sin\theta$: فشار هوا برحسب پاسکال

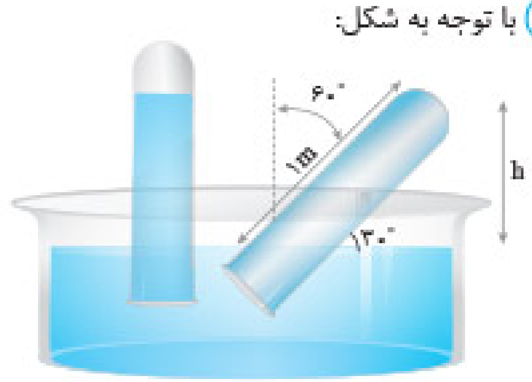
$P_0(cmHg) = h(cm) = \ell(cm)\sin\theta$: یا اگر مایع داخل جوسنج جیوه باشد

پس برای یافتن فشار هوا داریم:

$P_0 = \rho g\ell\sin\theta \Rightarrow P_0 = 13/5\times10^3\times10\times0/90\times\sin53^\circ$

$\Rightarrow P_0 = 97200\,Pa$

۲۴۸. (گزینه ۲) با توجه به شکل:



$\sin30^\circ = \frac{h}{1} \Rightarrow h = 0/5m \Rightarrow h = 50cm$

P_C : فشار وارد بر ته لوله

$P_0 = \rho gh + P_C \Rightarrow 76 = 50 + P_C$

$P_C = 26cmHg$

۲۴۹. (گزینه ۳) $750torr$ برابر با $750mmHg$ است، بنابراین ارتفاع ستون جیوه $h = 750mm = 75cm$ می‌شود.

$(\rho h)_{جیوه} = (\rho' h')_{مایع} \Rightarrow \rho_{جیوه}\times75 = \frac{1}{4}\rho_{جیوه}h'$

$\Rightarrow h' = 300cm \Rightarrow h' = 3m$

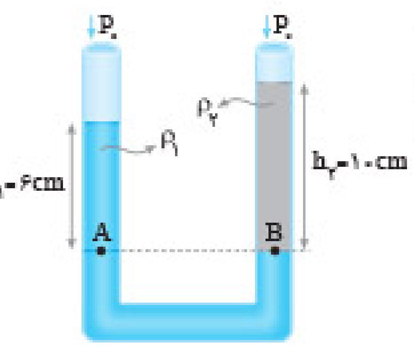
۲۵۰. (گزینه ۳) اگر بالای سـتون جیوه خلأ نباشد در این صورت ارتفاع ستون جیوه کاهش می‌یابد. (P_1 و P_2 فشار هوای حبس شده)

(1) لولهٔ سمت راست: $P_0 = 75 + P_1 \quad P_0 \geq 75$

(2) لولهٔ سمت چپ: $P_0 = 70 + P_2 \quad P_0 \geq 70$

بنابرایـن می‌تـوان نتیجه گرفت $P_0 \geq 75$ اسـت. اگر بالای لوله خلأ باشـد $P_0 = 75cmHg$ و اگر خلأ نباشد $P_0 > 75cmHg$ است.

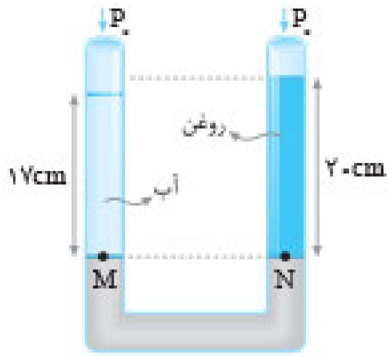
۲۵۱. (گزینه ۳) با توجـه به این‌که دو نقطـهٔ A و B در یک تراز افقی و در یک مایع ساکن هستند، فشار یکسان دارند و می‌توانیم بنویسیم:



$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 gh_1 + \cancel{P_0} = \rho_2 gh_2 + \cancel{P_0} \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$

$\Rightarrow \rho_1\times6(cm) = 1000(kg/m^3)\times10(cm) \Rightarrow \rho_1 = \frac{5000}{3}kg/m^3$

۲۵۲. (گزینه ۲) فشـار درون یک مایع سـاکن، در دو نقطـهٔ هم‌تراز، N و M یکسان است و داریم:



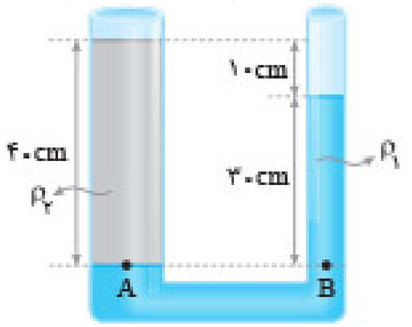
$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{آب}h_{آب} = \rho_{روغن}h_{روغن}$

$\frac{\rho_{روغن}}{\rho_{آب}} = \frac{17}{20} \xrightarrow{\times5} \frac{\rho_{روغن}}{\rho_{آب}} = \frac{85}{100}$

$\frac{\Delta\rho}{\rho_{آب}}\times100 = \frac{85-100}{100}\times100 = -15\%$

در نتیجه چگالی روغن به اندازهٔ $100 - 85 = 15$ درصد از چگالی آب کمتر است.

۲۵۳. (گزینه ۴) می‌دانیم که فشار در لوله‌های U شکل به قطر مقطع لوله بستگی ندارد و با توجه به شکل چون فشار دو نقطهٔ هم‌تراز A و B یکسان است، می‌توان نوشت:

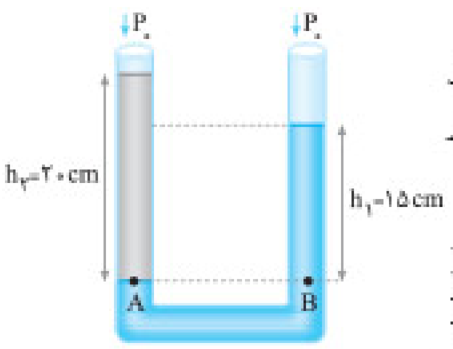


$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2\times40 = \rho_1\times30$

$\Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$

۲۵۴. (گزینه ۲)

گام اول یادتان هست که در نقاط هم‌تراز درون یک مایع سـاکن، فشار یکسان است.



پس می‌توانید بنویسید که:

$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 gh_2 = \rho_1 gh_1$

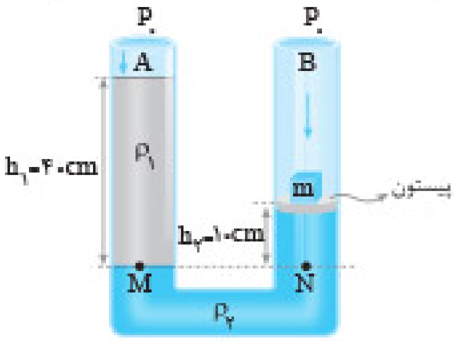
چون دوسر لوله باز است، از آوردن P_0 در طرفین معادله خودداری کردیم که کار آسان‌تر شود.

گام دوم نسبت موردنظر را به‌دست می‌آوریم:

$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2} \xrightarrow[h_2=20cm]{h_1=20-5=15cm} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

۲۵۵. (گزینه ۴)

گام اول دو نقطـهٔ M و N در مایع ساکن ρ_2 قرار دارند و هم‌تراز هسـتند؛ پس فشـار این دو نقطه یکسان است.



برای هر یک می‌توان نوشت:

$P_M = \rho_1 gh_1 + P_0 \;,\; P_N = \rho_2 gh_2 + \frac{m'g}{A'} + P_0$

حتماً متوجه شـدید که $\frac{m'g}{A'}$ فشاری است که وزنهٔ m و پیستون بر مایع ρ_2 وارد می‌کنند، یعنی m' را مجموع جرم وزنهٔ m و جرم پیستون در نظر گرفته‌ایم. A' مساحت پیستون است نه مساحت تکیه‌گاه وزنه؛ چون فشار از طریق پیستون به مایع ρ_2 منتقل می‌شود، A' باید مساحت پیستون باشد. چون $P_M = P_N$ است داریم:

$P_M = P_N \xrightarrow{P_0=P_0} \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 + \frac{m'g}{A'}$

گام دوم یکای کمیت‌ها را باید در SI در نظر بگیریم و کمیت‌های معلوم را در رابطه قرار می‌دهیم و داریم:

$0/8\times1000(kg/m^3)\times10(m/s^2)\times40\times10^{-2}(m)$

$= 1\times1000(kg/m^3)\times10(m/s^2)\times10\times10^{-2}(m) + \frac{m'(kg)\times10(m/s^2)}{10\times10^{-4}(m^2)}$

$\Rightarrow m' = 0/22kg$

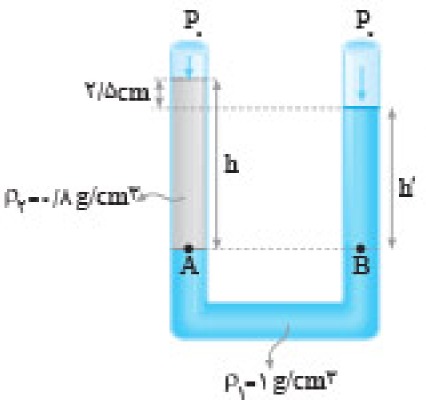
۲۵۶. گزینه ۳

گام اول با استفاده از اصل فشار یکسان در نقاط هم‌ترازی یک مایع ساکن، می‌توان نوشت: $P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 h = \rho_1 h'$

چرا؟! چون که فشار هوا در دو طرف لوله یکسان است و مقدار g را هم که می‌توان ساده کرد.

گام دوم در رابطه مقدار ρ_2 و ρ_1 را قرار می‌دهیم:

$$0/8\,g/cm^3 \times h = 1\,g/cm^3 \times h'$$

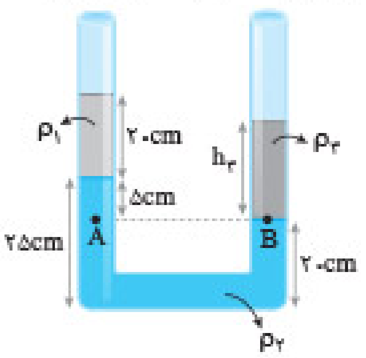


گام سوم از شکل به راحتی می‌توان دریافت که $h'=(h-2/5)cm$ است. پس در مرحلهٔ آخر با جایگذاری مقدار h' در رابطهٔ فوق می‌توان نوشت:

$$0/8\times h = 1\times(h-2/5)$$
$$\Rightarrow h = 12/5\,cm$$

۲۵۷. گزینه ۱

گام اول با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:



$$P_A = P_B$$
$$\Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$
$$\Rightarrow 0/8\times 20 + 2/4\times 5 = \rho_3 h_3$$
$$\rho_3 h_3 = 16+12 = 28\,g/cm^2$$

گام دوم با توجه به رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m_3 = \rho_3 V_3 = \rho_3 h_3 A = 28\times 2 \Rightarrow m_3 = 56g$$

۲۵۸. گزینه ۳

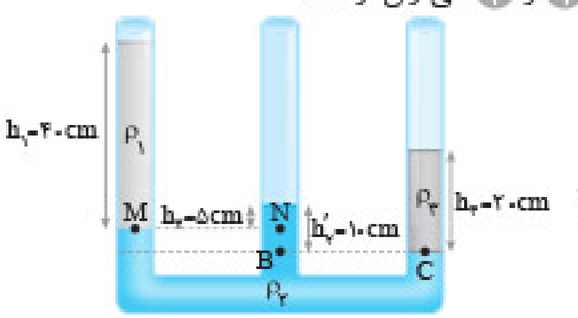
گام اول از شکل پیداست که $P_M = P_N$ است و می‌توانیم بنویسیم:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0$$
$$\Rightarrow \rho_1\times 40 = \rho_2\times 5 \Rightarrow \rho_2 = 8\rho_1 \quad (1)$$

گام دوم از طرف دیگر $P_B = P_C$ است و برای این دو نقطه هم داریم:

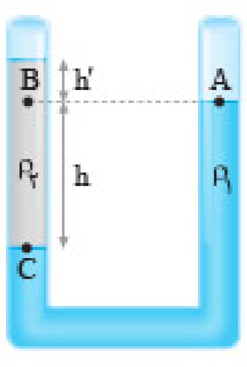
$$P_B = P_C \Rightarrow \rho_2 g h_2' = \rho_3 g h_3$$
$$\Rightarrow \rho_2\times 10 = \rho_3\times 20 \Rightarrow \rho_2 = 2\rho_3 \quad (2)$$

گام سوم از دو معادلهٔ (۱) و (۲) می‌توان نوشت:



$$2\rho_3 = 8\rho_1 \Rightarrow \frac{\rho_3}{\rho_1} = 4$$

۲۵۹. گزینه ۴



گام اول نخست رابطهٔ فشار هر یک از نقطه‌های C، B و A را می‌نویسیم. همچنین می‌دانیم که نقاط هم‌تراز از یک مایع، فشار یکسان دارند. در این سؤال B و A در یک تراز هستند اما در یک مایع نیستند؛ پس $P_A \neq P_B$ است.

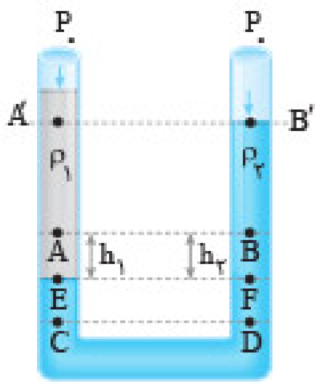
$$\left.\begin{matrix}P_C = P_B + \rho_2 gh\\ P_B = \rho_2 gh' + P_0\end{matrix}\right\} \Rightarrow P_C > P_B$$
$$P_A = P_0 \Rightarrow P_B > P_A$$

و نقطه B به اندازه $\rho gh'$ فشار بیشتری نسبت به A دارد.

گام دوم اکنون با مقایسهٔ رابطه‌های فوق می‌توان نتیجه گرفت:

$$P_C > P_B > P_A$$

۲۶۰. گزینه ۴



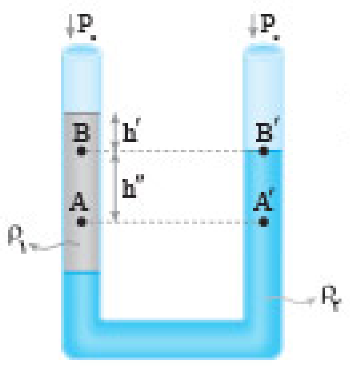
روش اول اول از هر چیز چون نقاط C و D در یک مایع و هم‌ترازند، فشار یکسانی دارند: یعنی $P_C = P_D$ است. یعنی گزینهٔ «۳» یا گزینهٔ «۴» می‌تواند درست باشد و گزینه‌های «۱» و «۲» رد می‌شوند، اما می‌دانیم که فشار A برابر فشار B نیست زیرا در یک مایع نیستند، پس گزینهٔ «۳» نیز رد می‌شود و پاسخ صحیح، گزینهٔ «۴» است.

روش دوم اما غیر از روش اول که بیشتر به روش حذف گزینه معروف است، می‌توان فشار دو نقطهٔ E و F را برابر گرفت و نوشت:

$$P_E = P_F \Rightarrow P_A + \rho_1 g h_1 = P_B + \rho_2 g h_2 \xrightarrow{h_1 = h_2}$$
$$P_A - P_B = \rho_2 g h_1 - \rho_1 g h_1 \Rightarrow P_A - P_B = g h_1(\rho_2 - \rho_1)$$

از آن‌جا که $\rho_2 > \rho_1$ است، چرا؟! (مایعی که در بخش زیرین قرار می‌گیرد، چگالی بیشتری دارد.) پس $P_A > P_B$ است.

۲۶۱. گزینه ۱



روش اول **گام اول** در ظروف و لوله‌های U شکل مایعی که در بخش پایینی قرار می‌گیرد، چگالی بیشتری دارد: از این‌رو $\rho_1 < \rho_2$ است.

گام دوم چون فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B برابر فاصلهٔ دو نقطهٔ A' و B' است، با توجه به شکل برای مقایسهٔ اختلاف فشار بین آن‌ها می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}P_B = \rho_1 g h' + P_0\\ P_{B'} = P_0\end{cases} \xrightarrow{\Delta P_2 = P_B - P_{B'}} \Delta P_2 = \rho_1 g h'$$
$$\begin{cases}P_A = P_B + \rho_1 g h''\\ P_{A'} = P_{B'} + \rho_2 g h''\end{cases} \xrightarrow{\Delta P_1 = P_A - P_{A'}}$$
$$\Delta P_1 = (P_B - P_{B'}) + (\rho_1 - \rho_2) g h'' \Rightarrow \Delta P_1 = \Delta P_2 + (\rho_1 - \rho_2) g h''$$

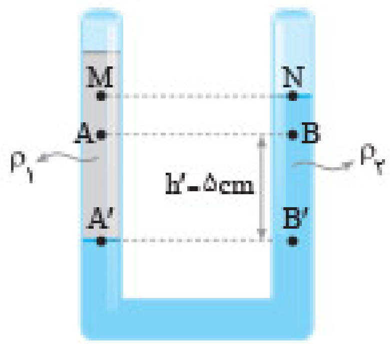
گام سوم چون $\rho_1 < \rho_2$ و $\rho_1 - \rho_2 < 0$ یعنی عددی منفی است، پس از ΔP_2 مقداری به اندازهٔ $(\rho_1 - \rho_2) g h''$ کم شده تا برابر ΔP_1 شود: یعنی $\Delta P_2 > \Delta P_1$ است.

روش دوم اگر فاصلهٔ B تا سطح مایع ρ_2 را h_2 و فاصلهٔ A تا سطح مایع ρ_2 را h_1 بنامیم، می‌توانیم یکبار از B (با فشار P_B) شروع کنیم از پایین لوله بگذریم تا به B' برسیم و تغییر فشار هر مرحله را در نظر بگیریم و بار دیگر همین کار را از A تا A' انجام دهیم و داریم:

$$\left.\begin{matrix}P_B + \rho_1 g h_2 - \rho_2 g h_2 = P_{B'} \Rightarrow P_B - P_{B'} = (\rho_2 - \rho_1) g h_2\\ P_A + \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_1 = P_{A'} \Rightarrow P_A - P_{A'} = (\rho_2 - \rho_1) g h_1\end{matrix}\right\}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \frac{h_2}{h_1} > 1 \Rightarrow \Delta P_2 > \Delta P_1$$

۲۶۲. گزینه ۴

روش اول ρ_1 بزرگ‌تر است یا ρ_2؟ چون ρ_2 در قسمت پایین‌تر است، $\rho_2 > \rho_1$ است.



آیا $P_A = P_B$ است؟ خیر، چون A و B در یک مایع قرار ندارند؛ پس این تساوی برقرار نیست، اما در شکل مقابل $P_{A'} = P_{B'}$ است و برای هر کدام از نقاط A' و B' می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P_{A'} = P_A + \rho_1 g h' \\ P_{B'} = P_B + \rho_2 g h' \end{cases}$$

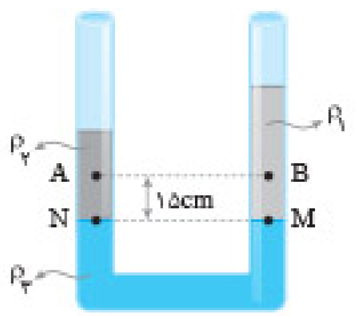
$$\xrightarrow[\rho_1=۸۰۰(kg/m^3),\ \rho_2=۱۰۰۰(kg/m^3)]{P_{A'}=P_{B'}} P_A + ۸۰۰\times۱۰\times۰/۰۵$$

$$= P_B + ۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۰۵ \Rightarrow P_A = P_B + ۱۰۰$$

روش دوم می‌دانیم در تراز افقی MN، می‌توان نوشت $P_M > P_N$ است و با پایین آمدن تا تراز AB، باز هم $P_A > P_B$ است؛ از این‌رو فقط گزینهٔ «۴» می‌تواند پاسخ درست باشد.

تذکر: این روش دوم فقط برای پاسخ‌های این تست مناسب است. زیرا در هر سه گزینهٔ دیگر $P_B > P_A$ است. اگر مثلاً گزینهٔ «۳» به صورت $P_A = P_B + ۷۵$ بود باید روش کلی و آموزشی اول را به کار ببرید.

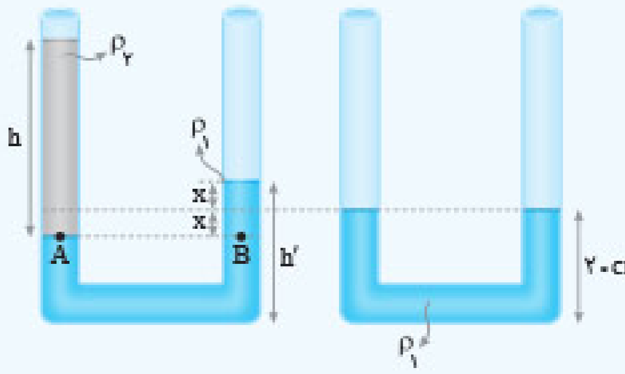
۲۶۳. گزینه ۳



$$P_M = P_N$$
$$\Rightarrow \rho_1 gh + P_B = \rho_2 gh + P_A$$
$$\Rightarrow P_B - P_A = \rho_2 gh - \rho_1 gh$$
$$\Rightarrow P_B - P_A$$
$$= (۳۴۰۰-۲۸۰۰)\times۱۰\times\frac{۱۵}{۱۰۰} = ۹۰۰Pa$$

۲۶۴. گزینه ۲

یادآوری: مطابق شکل‌های زیر، دقت کنید در حالتی که قطر مقطع دو شاخه یکسان باشد، اگر در یک شاخه آب به اندازهٔ x پایین رود، در شاخهٔ دیگر به اندازهٔ x بالا می‌رود؛ پس اختلاف سطح آب در دو شاخه برابر 2x می‌شود.

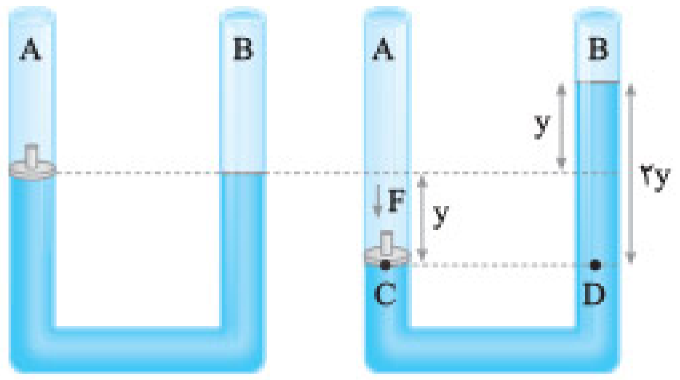


گام اول اکنون که این یادآوری را مرور کردیم، می‌توانیم فشار دو نقطهٔ هم‌تراز A و B را برابر در نظر بگیریم و داریم: $P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 gh = \rho_1 g(2x)$

$$\xrightarrow{h=۲۵cm} x = \frac{۰/۶(g/cm^3)\times۲۵(cm)}{۱(g/cm^3)\times۲} \Rightarrow x = ۷/۵cm$$

گام دوم چون به ارتفاع آب مقدار ۷/۵cm اضافه شده است، پس ارتفاع آب برابر خواهد شد با: $h' = ۲۰ + ۷/۵ = ۲۷/۵cm$

۲۶۵. گزینه ۲ با توجه به شکل اگر پیستون به اندازهٔ y پایین رود، سطح مایع در شاخهٔ B نیز به اندازهٔ y بالا می‌رود و اختلاف سطح مایع در دو شاخه برابر 2y می‌شود.



می‌دانیم فشار در دو نقطهٔ C و D یکسان است و می‌توان نوشت:

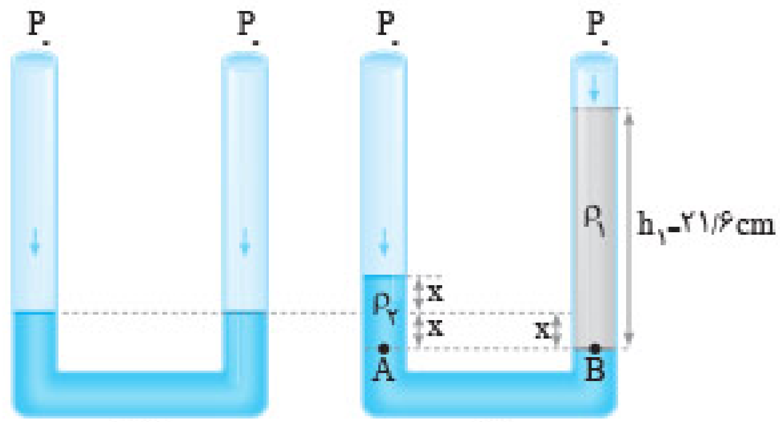
$$P_C = P_D \Rightarrow \frac{F}{A} + P_0 = \rho g(2y) + P_0$$
$$\Rightarrow \frac{۰/۳۱۴}{۳/۱۴\times۱۰^{-۴}} = ۱۰۰۰\times۱۰\times۲y$$
$$\Rightarrow ۲y = ۰/۱ \Rightarrow y = \frac{۱}{۲۰}m \Rightarrow y = \frac{۱}{۲۰}\times۱۰۰ = ۵cm$$

۲۶۶. گزینه ۱

گام اول مطابق شکل (۲)، در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ $h_1 = ۲۱/۶cm$ آب ریخته‌ایم و جیوه در این شاخه به اندازهٔ x پایین می‌رود؛ از این‌رو در شاخهٔ سمت چپ نیز جیوه به اندازهٔ x بالا می‌رود، پس اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه برابر 2x می‌شود.

گام دوم با توجه به هم‌ترازی دو نقطهٔ A و B که در یک مایع (جیوه) هستند، می‌توان نوشت:

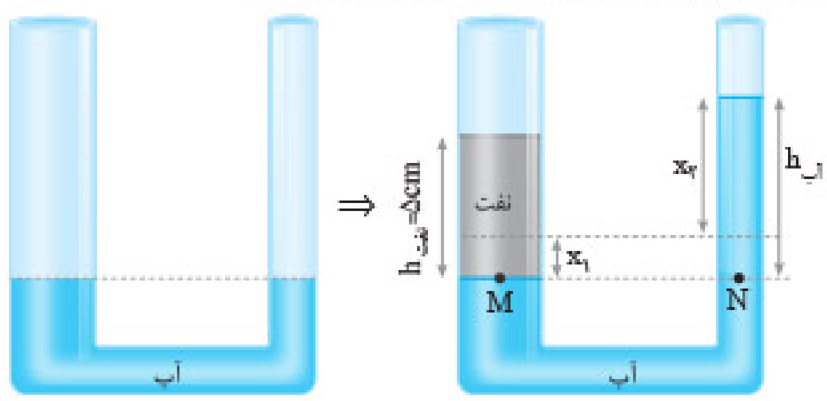
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 g(2x) + P_0 = \rho_1 g h_1 + P_0 \Rightarrow \rho_2(2x) = \rho_1 h_1$$
$$\Rightarrow ۱۳/۵g/cm^3 \times ۲x = ۱g/cm^3 \times ۲۱/۶cm \Rightarrow x = ۰/۸cm$$



(۱) (۲)

۲۶۷. گزینه ۲

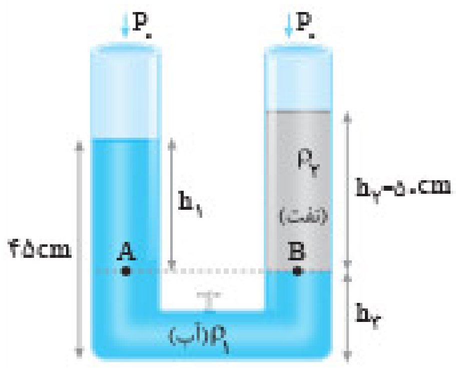
تغییر حجم در لوله‌های سمت چپ و راست برابر است.



$$D_1 = ۳D_2 \Rightarrow A_1 = ۹A_2,\ V_1 = V_2 \Rightarrow ۹A_2x_1 = A_2x_2$$
$$\Rightarrow x_2 = ۹x_1$$
$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{نفت}}\cancel{g}h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}}\cancel{g}h_{\text{آب}}$$
$$\Rightarrow ۰/۸\times۵ = ۱\times۱۰x_1 \Rightarrow x_1 = ۰/۴cm$$

اختلاف ارتفاع آب نسبت به حالت اول: $x_2 = ۹\times۰/۴ = ۳/۶cm$

۲۶۸. (گزینه ۲)



گام اول اگر مقدار آب و نفت موجود در لولهٔ افقی را ناچیز در نظر بگیریم، مطابق شکل پس از باز شدن شیر مقداری آب پایین می‌رود و سطح نفت بالاتر می‌رود و فشار در دو نقطهٔ A و B یکسان می‌شود و داریم:

$$P_A = P_B \xrightarrow{P_0=P_0} \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow 1000 \times h_1 = 800 \times 50(cm) \Rightarrow h_1 = 40cm$$

گام دوم چون مجموع $h_1 + 2h_2 = 50cm$ است، می‌توان نتیجه گرفت:

$$2h_2 = 50 - 40 = 10cm \Rightarrow h_2 = 5cm$$

۲۶۹. (گزینه ۲)

گام اول هنگامی که شیر را باز کنیم، جیوه در شاخهٔ A به اندازهٔ x بالا می‌رود و پس از تعادل، فشار در دو نقطهٔ C و D یکسان می‌شود و می‌توان نوشت:

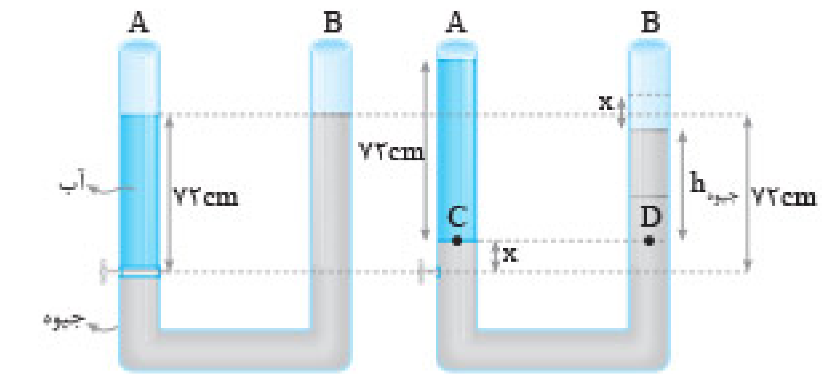
$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} g = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} g$$

$$\xrightarrow[h_{\text{آب}}=72cm]{\rho_{\text{جیوه}}=13.6 g/cm^3} 1 \times 72 = 13.6 \times h_{\text{جیوه}}$$

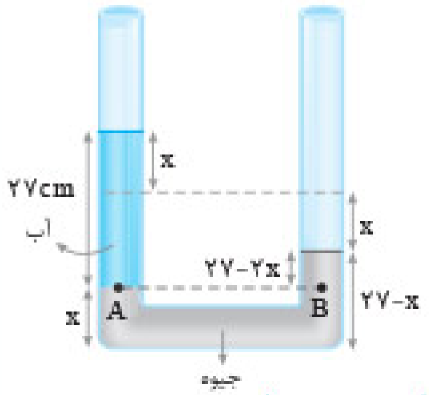
$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{72}{13.6} cm$$

از طرف دیگر چون جابه‌جایی جیوه در دو لوله یکسان است می‌توان نوشت:

$$h_{\text{جیوه}} + x + x = 72 \Rightarrow \frac{72}{13.6} + 2x = 72 \Rightarrow x = 33.3cm$$



۲۷۰. (گزینه ۳) هنگامی که شیر رابط را باز کنیم، جیوه به علت چگالی بیشتر نسبت به آب، مطابق شکل وارد لولهٔ چپ می‌شود و در زیر آب قرار می‌گیرد.
با استفاده از قانون هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، در دو نقطهٔ A و B داریم:



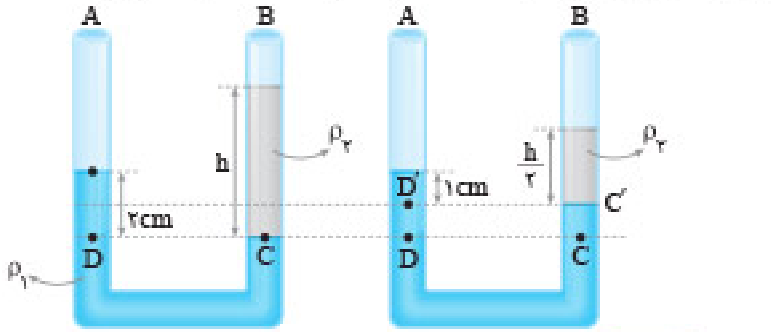
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} \cancel{g} h = \rho_{\text{جیوه}} \cancel{g} h$$

$$\Rightarrow 1 \times 27 = 13.5(27 - 2x) \Rightarrow x = 12.5 cm$$

۲۷۱. (گزینه ۳) می‌دانیم که فشار مایع متناسب با ارتفاع مایع است و چون در شاخهٔ B سطح مقطع لوله یکنواخت است، اگر نیمی از مایع ρ_2 را از آن خارج کنیم، ارتفاع مایع ρ_2 نیز نصف می‌شود و چون فشار 2cm از مایع ρ_1 برابر فشار h از مایع ρ_2 است، فشار 1cm از مایع ρ_1 می‌تواند با فشار h/2 از مایع ρ_2 برابری کند. پس باید مجموع $CC' + DD' + 1 = 2cm$ باشد و چون $CC' = DD'$ است: می‌توان نتیجه گرفت:

$$2CC' = 1 \Rightarrow CC' = 0.5cm$$

پس سطح مایع ρ_1 در شاخهٔ B به اندازهٔ 0.5cm بالا می‌رود.



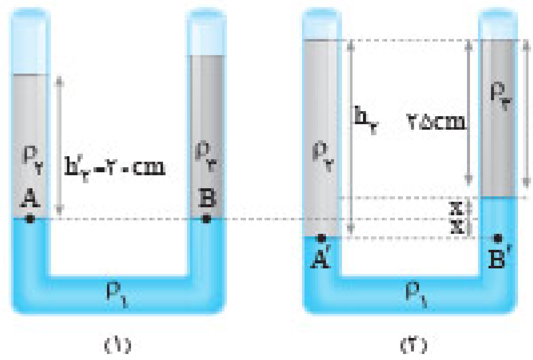
۲۷۲. (گزینه ۳)

گام اول با اضافه شدن آب در شاخهٔ سمت چپ، سطح جیوه به اندازهٔ x، در لولهٔ سمت چپ پایین می‌رود و در شاخهٔ سمت راست نیز سطح جیوه به همان اندازهٔ x بالا می‌رود. یعنی مطابق شکل (۲) اختلاف سطح جیوه در دو شاخه برابر 2x، می‌شود.

گام دوم اما نخست با استفاده از شکل (۱) و این‌که فشار دو نقطهٔ A و B برابر است می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 g h_2' = \rho_3 g h_3 \Rightarrow 1 g/cm^3 \times 20 = \rho_3 \times 25$$

$$\Rightarrow \rho_3 = 0.8 g/cm^3 \text{ (چگالی روغن)}$$



گام سوم اکنون با استفاده از شکل (۲) برای دو نقطهٔ A' و B' که در جیوه قرار دارند و هم‌تراز هستند داریم:

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho_2 g h_2 = \rho_1 g(2x) + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow 1 \times h_2 = 13.6 \times (2x) + 0.8 \times 25 \Rightarrow h_2 = (27.2)x + 20 \quad ①$$

گام چهارم از طرف دیگر از شکل (۲) پیداست که:

$$h_2 = 2x + h_3 = 2x + 25 \quad ②$$

گام پنجم و از دو رابطهٔ ① و ② می‌توان نتیجهٔ نهایی را به دست آورد:

$$\begin{cases} h_2 = 27.2x + 20 \\ h_2 = 2x + 25 \end{cases} \Rightarrow h_2 \simeq 25.4cm$$

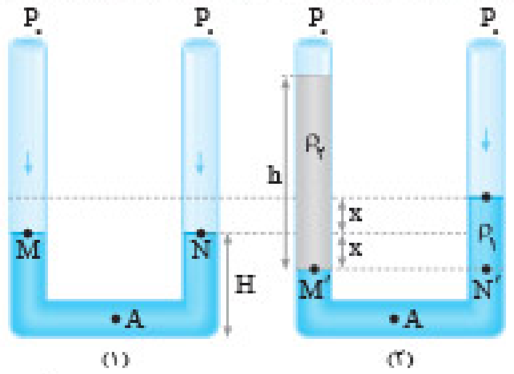
$$\Rightarrow \Delta h_2 = 25.4 - 20 = 5.4cm$$

۲۷۳. (گزینه ۱)

• **روش اول** **گام اول** حتماً متوجه شدید که تغییر فشار نقطهٔ A مورد نظر است نه فشار نقطهٔ A! پیش از اضافه کردن آب، مطابق شکل (۱) فشار نقطهٔ A برابر مجموع فشار ستون جیوه یکی از شاخه‌ها با فشار هواست؛ یعنی:

$$P_A = \rho_1 g H + P_0$$

گام دوم فرض کنید در شاخهٔ چپ آب می‌ریزیم و سطح جیوه در این شاخه به اندازهٔ x پایین می‌رود. طبیعی است که در شاخهٔ راست نیز به اندازهٔ x بالا رود. یعنی اختلاف سطح جیوه در دو شاخه برابر با 2x می‌شود: (شکل (۲) را ببینید) پس اگر بخواهیم فشار نقطهٔ A را در حالت شکل (۲) به دست آوریم، باید رابطهٔ زیر را در نظر بگیریم:



$$P_A' = \rho_1 g H + \rho_1 g x + P_0$$

گام سوم اکنون اختلاف فشار پدید آمده برای نقطهٔ A را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P_A = P'_A - P_A = (\rho_1 gH + \rho_1 gx + P_0) - (\rho_1 gH + P_0)$$

$$\Delta P_A = \rho_1 gx$$

گام چهارم برای محاسبهٔ x باید تراز افقی $M'N'$ را در شکل (۲) در نظر داشته باشیم و برای این دو نقطه داریم:

$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow \rho_2 gh = \rho_1 g(2x) \Rightarrow \rho_1 x = \frac{\rho_2 h}{2} \Rightarrow x = \frac{\rho_2 h}{2\rho_1}$$

گام پنجم ارتفاع ستون آب را نداریم $(h = ?)$؛ پس باید از رابطهٔ زیر به h برسیم:

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب اضافه شده}}}{V_{\text{حجم}}} = \frac{m_{\text{آب اضافه شده}}}{Ah}$$

$$\Rightarrow h = \frac{m_{\text{آب اضافه شده}}}{A\rho_{\text{آب}}} = \frac{68\,g}{(2\,cm^2)(1\,g/cm^3)} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 34\,cm$$

گام ششم حال کافیست که فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست آوریم: یعنی مقدار x را مشخص کنیم:

$$x = \frac{\rho_2 h}{2\rho_1} = \frac{1(g/cm^3)\times 34\,cm}{2\times 13/6(g/cm^3)}$$

$$\Rightarrow x = 1/25\,cm \Rightarrow \Delta P_A = 1/25\,cmHg$$

روش دوم چون در شاخهٔ سمت راست جیوه به اندازهٔ x بالا رفته است: پس فشار در نقطهٔ A به اندازهٔ $\rho_{\text{جیوه}} gx$ اضافه می‌شود و کافی است فشار دو نقطهٔ M' و N' را برابر در نظر بگیریم و x را به‌دست آوریم:

$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow \rho_2 gh = \rho_1 g(2x) \Rightarrow x = \frac{\rho_2 h}{2\rho_1} = 1/25\,cm$$

$$\Rightarrow \Delta P_A = 1/25\,cmHg$$

۲۷۴. گزینه ۲

گام اول سطح مقطع شاخهٔ سمت راست $\frac{5}{2} = 2/5$ برابر سطح مقطع شاخهٔ سمت چپ است و بنابر ویژگی تراکم‌ناپذیری آب و بقای جرم، مقدار آب پایین رفته در شاخهٔ سمت چپ برابر مقدار آب بالا رفته در شاخهٔ سمت راست است. چون حجم مایع جابه‌جا شده در دو شاخه یکسان است، مقدار ارتفاع مایع که در شاخهٔ چپ پایین می‌رود برابر ارتفاع جابه‌جا شده در شاخهٔ راست نیست. می‌توان برای محاسبهٔ مقدار مایع پایین رفته در شاخهٔ سمت چپ نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1h_1 = A_2h_2 \xrightarrow[h_2=4]{A_2=2/5A_1} A_1h_1 = 2/5A_1 \times 4$$

بنابراین سطح آب پایین‌رفته در شاخهٔ چپ برابر است با:

$$h_1 = 2/5 \times 4 = 10\,cm$$

گام دوم پس اختلاف آب در دو شاخه برابر $10+4=14\,cm$ است.

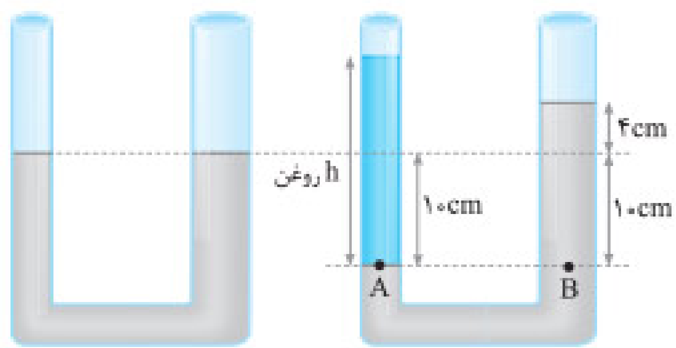
گام سوم ارتفاع روغن را به‌دست می‌آوریم: چون $\rho_A = \rho_B$ است داریم:

$$\rho_{\text{روغن}}h_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}} \Rightarrow 0/8 \times h_{\text{روغن}} = 1 \times 14$$

$$\Rightarrow h_{\text{روغن}} = 17/5\,cm$$

گام چهارم جرم این مقدار روغن برابر است با:

$$m = \rho V = 0/8 \times 17/5 \times 2 = 28g$$



۲۷۵. گزینه ۴ چون پیستون‌ها و مایع زیر پیستون‌ها در یک تراز (افقی) هستند، فشار در زیر پیستون‌ها با یکدیگر برابر است. دقت کنید که اگر به جای فشار به اشتباه نسبت نیروی وارد بر پیستون بزرگ به پیستون کوچک را به دست آورید، گزینهٔ «۱» و اگر علاوه بر آن نسبت قطرها را نیز به اشتباه به جای نسبت مساحت پیستون‌ها به کار برید گزینهٔ «۲» را انتخاب می‌کنید.

۲۷۶. گزینه ۴ با قرار گرفتن وزنه روی پیستون، فشار پیستون بر مایع افزایش می‌یابد و افزایش فشار در شارهٔ تراکم‌ناپذیر (مایع) در همهٔ نقاط به طور یکسان منتقل می‌شود $(\Delta P_B = \Delta P_A)$ و چون پیش از این‌که فشار زیاد شود، فشار B از فشار A بیشتر بوده است، پس از اعمال افزایش فشار باز هم $P_B > P_A$ خواهد بود.

۲۷۷. گزینه ۴ طبق اصل پاسکال برای مایع‌های ساکن، اگر فشار در نقطه‌ای از مایع ساکن تغییر کرده باشد، در تمام نقاط آن مایع، فشار به همان اندازه تغییر خواهد کرد: بنابراین با اعمال نیروی $80N$، فشار در نقاط A و B و C به یک میزان افزایش یافته و اختلاف فشار برابر P_{AB} و P_{AC} باقی خواهد ماند.

$$P'_{AB} = P_{AB} \;,\; P'_{AC} = P_{AC}$$

۲۷۸. گزینه ۴ در شارهٔ تراکم‌ناپذیر اگر در بخشی از شاره فشار افزایش یابد، این افزایش فشار در همهٔ نقاط شاره به طور یکسان منتقل می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta P = \frac{\Delta F}{A} \Rightarrow \Delta P = \frac{0/1}{10 \times 10^{-4}} = 100\,Pa$$

۲۷۹. گزینه ۳ هر دو پیستون A و B در یک تراز افقی‌اند پس فشار در هر دو یکسان است. چون نسبت شعاع‌های دو پیستون برابر نسبت قطر آن‌هاست، داریم:

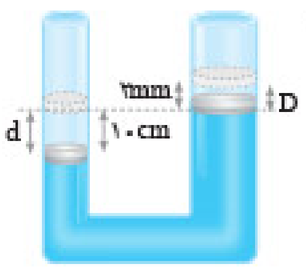
$$\left.\begin{matrix} P_A = \frac{F_A}{A_A} + P_0 \\ P_B = \frac{F_B}{A_B} + P_0 \end{matrix}\right\} \xrightarrow[A=\text{مساحت پیستون}]{P_A=P_B} \frac{F_A}{A_A} = \frac{F_B}{A_B}$$

$$\xrightarrow[r=\text{شعاع پیستون}]{A=\pi r^2} \frac{F_A}{r_A^2} = \frac{F_B}{r_B^2} \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{r_B=2r_A} \frac{F_B}{F_A} = 4$$

۲۸۰. گزینه ۴ با استفاده از اصل پاسکال می‌توان افزایش فشار بر پیستون را برابر افزایش فشار در بخش خروجی از سرنگ در نظر گرفت و نوشت:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{f}{a} \xrightarrow[A=\pi(3r)^2]{a=\pi r^2} f = 9 \times \left(\frac{r}{3r}\right)^2 \Rightarrow f = 1N$$

۲۸۱. گزینه ۱ با توجه به درسنامه می‌توان نوشت:

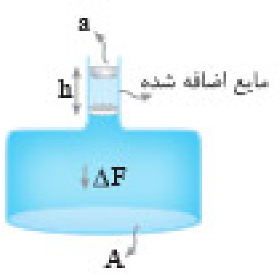


$$\frac{\Delta F}{\Delta f} = \frac{A}{a} = \frac{d}{D} \xrightarrow[d=100\,mm]{D=2\,mm}$$

$$\frac{\Delta F}{8N} = \frac{100\,mm}{2\,mm} \Rightarrow \Delta F = 400N$$

۲۸۲. گزینه ۱

روش اول می‌توانیم ارتفاع مقدار آب اضافه‌شده یعنی h را به دست آوریم، سپس فشار این مقدار ارتفاع آب را محاسبه کنیم و در نهایت از این افزایش فشار مقدار نیروی اضافه‌شده به کف ظرف را مشخص کنیم. برای محاسبهٔ ارتفاع h می‌توان نوشت:



$$V = Ah \xrightarrow[A=0/5\,cm^2]{V=1\,cm^3} h = \frac{1}{0/5} = 2\,cm$$

فشار اضافه‌شده توسط این مقدار آب برابر است با:

$$\Delta P = \rho g\Delta h = 1000 \times 10 \times 2 \times 10^{-2} = 200\,Pa$$

اکنون افزایش نیرویی که از این افزایش فشار بر کف ظرف واردشده را به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \Delta PA \Rightarrow \Delta F = 200 \times 20 \times 10^{-4} = 0/4N$$

۸۲۵. گزینه ۲

گام اول ابتدا دمای تعادل آب را به دست می‌آوریم:

$$\theta=\frac{m_1\theta_1+m_2\theta_2}{m_1+m_2}\Rightarrow\theta=\frac{80\times15+20\times45}{80+20}\Rightarrow\theta=21^\circ C$$

گام دوم چون $100\,g$ آب $21^\circ C$ داریم، برای رساندن دمای آن به $81^\circ C$ توسط گرمکن الکتریکی، می‌توان نوشت:

$$Q=P\cdot t\Rightarrow(m_1+m_2)c(\theta'-\theta)=P\cdot t$$

$$\Rightarrow(80+20)\times10^{-3}\times4200\times(81-21)=P\times210\Rightarrow P=120W$$

۸۲۶. گزینه ۲

• **روش اول** **گام اول** ابتدا باید جرم شمش آلومینیم (m_1) و جرم آب (m_2) را با استفاده از رابطهٔ $m=\rho V$ به دست آوریم:

$$m_1=\rho_1V_1\xrightarrow[V_1=200cm^3]{\rho_1=2.7g/cm^3}m_1=2.7\times200=540g$$

$$m_2=\rho_2V_2\xrightarrow[V_2=540cm^3]{\rho_2=1g/cm^3}m_2=1\times540=540g$$

گام دوم اکنون با توجه به طرحوارهٔ زیر و استفاده از قانون پایستگی انرژی، دمای تعادل (θ) را به دست می‌آوریم. دقت کنید، پس از تعادل گرمایی، دمای آب برابر دمای تعادل است.

$$\boxed{\text{آلومینیم}\ (100^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c_1\Delta\theta}\boxed{\text{آلومینیم}\ (\theta^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب}\ (20^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_2=m_2c_2\Delta\theta}\boxed{\text{آب}\ (\theta^\circ C)}$$

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1)+m_2c_2(\theta-\theta_2)=0$$

$$\xrightarrow[c_1=0.9J/g^\circ C,\ c_2=4.2J/g^\circ C]{m_1=m_2=540g,\ \theta_1=100^\circ C,\ \theta_2=20^\circ C}$$

$$540\times(0.9)\times(\theta-100)+540\times4.2\times(\theta-20)=0$$

$$\Rightarrow\cancel{540}\times0.9(100-\theta)=\cancel{540}\times4.2\times(\theta-20)$$

$$\Rightarrow90-0.9\theta=4.2\theta-84\Rightarrow174=5.1\theta\Rightarrow\theta\simeq34^\circ C$$

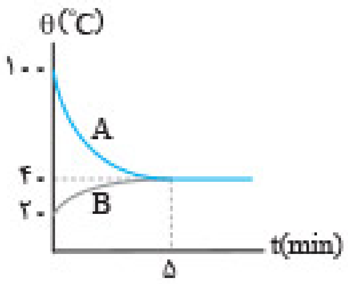
• **روش دوم** مطابق گام اول روش قبل عمل می‌کنیم. حال چون آب و شمش آلومینیم بدون تغییر حالت به تعادل گرمایی رسیده‌اند، با استفاده از رابطهٔ زیر دمای تعادل را حساب می‌کنیم:

$$\theta=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\xrightarrow{m_1=m_2=540g}\theta=\frac{c_1\theta_1+c_2\theta_2}{c_1+c_2}$$

$$\xrightarrow[c_2=4.2J/g^\circ C,\ \theta_2=20^\circ C]{c_1=0.9J/g^\circ C,\ \theta_1=100^\circ C}\theta=\frac{0.9\times100+4.2\times20}{0.9+4.2}=\frac{174}{5.1}$$

$$\Rightarrow\theta\simeq34^\circ C$$

۸۲۷. گزینه ۱ آن‌طور که شکل نشان می‌دهد، پس از تماس گرمایی دو جسم، دمای جسم A، از $\theta_{1A}=100^\circ C$ به $\theta=40^\circ C$ و دمای B از $\theta_{1B}=20^\circ C$ به $\theta=40^\circ C$ می‌رسد. این به منزلهٔ آن است که جسم A گرما از دست داده و جسم B گرما گرفته است و بعد از تعادل گرمایی، دمای تعادل $\theta=40^\circ C$ می‌شود.



بنابراین با استفاده از قانون پایستگی انرژی و رابطهٔ $Q=C\Delta\theta$، نسبت $\frac{C_A}{C_B}$ را حساب می‌کنیم:

$$Q_A+Q_B=0\Rightarrow C_A(\theta-\theta_{1A})+C_B(\theta-\theta_{1B})=0$$

$$\xrightarrow[\theta_{1B}=20^\circ C]{\theta_{1A}=100^\circ C,\ \theta=40^\circ C}C_A(40-100)+C_B(40-20)=0$$

$$\Rightarrow60C_A=20C_B\Rightarrow\frac{C_A}{C_B}=\frac{1}{3}$$

۸۲۸. گزینه ۳ نقطهٔ ذوب جامد بلورین به جنس جسم و فشار وارد بر آن بستگی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها گزینهٔ «۱»: برخلاف جامدهای خالص و بلورین، جامدهای بی‌شکل مانند شیشه و جامدهای ناخالص مانند قیر، نقطهٔ ذوب کاملاً مشخصی ندارند. این مواد پیش از ذوب شدن، خمیری شکل می‌شوند و در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند. گزینهٔ «۲»: هنگامی که دمای جامد بلورین به نقطهٔ ذوب می‌رسد، افزایش دمای آن متوقف و در دمای ثابتی (نقطهٔ ذوب) به مایع تبدیل می‌شود. گزینهٔ «۴»: زیرا حجمی که بلور با آرایش منظم مولکول‌ها در حالت جامد اشغال می‌کند، نسبت به این حجم در حالت مایع که آرایش مولکولی نامنظمی دارد، کمتر است.

۸۲۹. گزینه ۱ اجسامی که در اثر ذوب، حجم آن‌ها افزایش می‌یابد، در اثر افزایش فشار وارد بر آن‌ها، نقطهٔ ذوبشان بالا می‌رود و برعکس، کاهش فشار، باعث کاهش نقطهٔ ذوبشان می‌شود. دقت کنید، اجسامی مانند یخ که در اثر ذوب، حجم آن‌ها کاهش پیدا می‌کند، با افزایش فشار وارد بر آن‌ها، نقطهٔ ذوبشان پایین می‌رود و برعکس، کاهش فشار، باعث بالارفتن نقطهٔ ذوبشان می‌شود.

۸۳۰. گزینه ۲ با توجه به طرحوارهٔ زیر که مراحل مختلف تبدیل یخ به آب را نشان می‌دهد، گرمای مراحل مختلف تبدیل‌ها را با هم جمع می‌کنیم. (دقت کنید، در تمام مراحل، جرم ثابت و برابر با جرم یخ اولیه است.)

$$\boxed{\text{یخ}\ (-5^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta}\boxed{\text{یخ}\ (0^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2=mL_F}\boxed{\text{آب}\ (0^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_3=mc_{\text{آب}}\Delta\theta}\boxed{\text{آب}\ (50^\circ C)}$$

$$Q_{\text{کل}}=Q_1+Q_2+Q_3\Rightarrow Q_{\text{کل}}=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}}+mL_F+mc_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow[c_{\text{آب}}=4200J/kg^\circ C,\ L_F=335000J/kg]{m=200g=0.2kg,\ c_{\text{یخ}}=2100J/kg^\circ C}$$

$$Q_{\text{کل}}=0.2\times2100\times(0-(-5))+0.2\times335000+0.2\times4200\times(50-0)$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}}=2100+67000+42000=111100J$$

$$\xrightarrow{\div1000}Q_{\text{کل}}=111.1kJ$$

۸۳۱. گزینه ۱

گام اول گرمای لازم برای ذوب کامل $1kg$ یخ $0^\circ C$ را به دست می‌آوریم:

دقت کنید: چون L_F برحسب J/g داده شده است، جرم را به گرم تبدیل می‌کنیم:

$$Q=mL_F\xrightarrow[L_F=335J/g]{m=1kg=1000g}Q=1000\times335=335000J$$

$$\xrightarrow{\div1000}Q=335kJ$$

گام دوم برای ذوب کامل $1kg$ یخ $0^\circ C$ به $335kJ$ گرما نیاز داریم، اما چون به این یخ، $100kJ$ گرما داده‌ایم، تمام یخ ذوب نمی‌شود؛ بنابراین مخلوطی از آب و یخ $0^\circ C$ خواهیم داشت. یعنی دمای نهایی $0^\circ C$ است.

۸۳۲. گزینه ۲ **گام اول** برای محاسبهٔ انرژی لازم برای ذوب یخ $0^\circ C$ سطح دریاچه، باید از رابطهٔ $Q=mL_F$ استفاده کنیم؛ اما چون جرم یخ مشخص نیست، از رابطهٔ $m=\rho V$، جرم یخ را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید حجم یخ برابر $V=Ah$ است (A: مساحت دریاچه و h: ضخامت یخ)

$$A=500km^2\xrightarrow{1km^2=10^6m^2}A=500\times10^6=5\times10^8m^2$$

$$\rho=0.9g/cm^3\xrightarrow{1g/cm^3=1000kg/m^3}$$

$$\rho=0.9\times1000=900kg/m^3,\ h=10cm=0.1m$$

$$m=\rho V\xrightarrow{V=Ah}m=\rho Ah=900\times5\times10^8\times0.1$$

$$\Rightarrow m=45\times10^9kg$$

گام دوم گرمای لازم برای ذوب یخ را به دست می‌آوریم:

$$Q = mL_F \xrightarrow[L_F=336000\,J/kg]{m=45\times10^{9}\,kg}$$

$$Q = 45\times10^{9}\times336000 = 15120\times10^{12}\,J$$

$$\Rightarrow Q = 1/512\times10^{16}\,J \xrightarrow{10^{6}J=1MJ} Q = 1/512\times10^{10}\times10^{6}\,J$$

$$\Rightarrow Q = 1/512\times10^{10}\,MJ$$

۸۲۳. (گزینه ۴)

گام اول دمای $50^\circ F$ را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F=\frac{9}{5}\theta+32 \xrightarrow{F=50^\circ F} 50=\frac{9}{5}\theta+32 \Rightarrow \theta=10^\circ C$$

گام دوم با توجه به طرحوارهٔ زیر، یخ صفر درجهٔ سلسیـــوس دو مرحله گرما می‌گیرد تا به آب $10^\circ C$ تبدیل شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\boxed{\text{یخ } 0^\circ C} \xrightarrow{Q_1=mL_F} \boxed{\text{آب } 0^\circ C} \xrightarrow{Q_2=mc\Delta\theta} \boxed{\text{آب } 10^\circ C}$$

$$Q_t=Q_1+Q_2 \Rightarrow Q_t=mL_F+mc\Delta\theta \xrightarrow[c=4/2\,J/g.^\circ C]{m=20g,\ L_F=336\,J/g}$$

$$Q_t=20\times336+20\times4/2\times(10-0) \Rightarrow Q_t=7560\,J$$

دقت کنید: چون L_F و c به ترتیب برحسب J/g و $J/g.^\circ C$ می‌باشند، جرم را برحسب گرم جایگذاری نموده‌ایم.

۸۲۴. (گزینه ۱) چون قطعه یخ با تندی $6m/s$ به حرکت درمی‌آید، دارای انرژی جنبشی است، اما وقتی از حرکت می‌ایستد، تمام انرژی جنبشی آن در اثر اصطکاک به گرما تبدیل شده و باعث ذوب یخ می‌گردد. بنابراین $Q=|\Delta K|$ است.

در این حالت اگر جرم یخ ذوب‌شده را m' بنامیم، می‌توان نوشت:

$$Q=|\Delta K| \xrightarrow[\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)]{Q=m'L_F} m'L_F=|\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)|$$

$$\xrightarrow[L_F=333000J/kg,\ m=55/5kg]{v_1=6m/s,\ v_2=0}$$

$$m'\times333000=|\frac{1}{2}\times55/5\times(0-36)|$$

$$\Rightarrow m'\times333000=18\times55/5 \Rightarrow m'=0/003kg$$

$$\xrightarrow{\times1000} m'=3g$$

۸۲۵. (گزینه ۲) می‌دانیم آب و یخ در فشار یک اتمسفر در دمای $0^\circ C$ در تعادل گرمایی‌اند؛ بنابراین ابتدا باید مشخص کنیم از $546kJ$ گرمای داده‌شده به مجموعهٔ آب و یخ، چه مقدار آن صرف ذوب یخ می‌شود. به همین منظور می‌توان نوشت:

$$Q=mL_F \xrightarrow[L_F=336kJ/kg]{m=1kg} Q=1\times336 \Rightarrow Q=336kJ$$

همان‌طور که مشـــاهده می‌کنید، از $546kJ$ گرمای داده‌شده به مجموعهٔ آب و یخ در حال تعادل، مقدار $336kJ$ آن صرف ذوب یخ می‌شـــود و باقی‌ماندهٔ آن، یعنی $Q=546-336=210kJ$، باعث افزایش دمای $m=1+4=5kg$ آب خواهد شـــد. دقت کنید $4kg$ آب وجود داشت و $1kg$ آب هم از ذوب یخ به آن اضافه شده است:

$$Q=mc(\theta_2-\theta_1) \xrightarrow[m=5kg,\ \theta_1=0]{Q=210kJ=210000J,\ c=4200J/kg.^\circ C}$$

$$210000=5\times4200\times(\theta_2-0) \Rightarrow \theta_2=10^\circ C$$

۸۲۶. (گزینه ۱)

گام اول چون آهنگ گرمای داده شـــده به یخ $1/05\,kJ/min$ است، ابتدا مقدار گرمای داده شده به یخ در مدت $12min$ را حساب می‌کنیم:

$$Q=P.t=1/05\,kJ/min\times12\,min$$

$$\Rightarrow Q=12/6\,kJ \xrightarrow{\times1000} Q=12600\,J$$

گام دوم مقدار گرمایی که برای تبدیل یخ $-10^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ و یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ لازم اســـت را به دست می‌آوریم و مجموع آن‌ها را با مقدار گرمای داده شده به یخ مقایسه می‌کنیم:

$$\boxed{\text{یخ } (-10^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta} \boxed{\text{یخ } (0^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q'=mL_F} \boxed{\text{آب } (0^\circ C)}$$

چنانچه گرمای داده شـــده کمتر از گرمای لازم برای تبدیل یخ $-10^\circ C$ به آب $0^\circ C$ باشد، تمام یخ ذوب نمی‌شود، بنابراین دمای نهایی یخ $0^\circ C$ خواهد بود. در غیر این صورت، باید از رابطهٔ $Q=mc\Delta T$، دمای نهایی را به دست آوریم:

$$m=200g \xrightarrow{\div1000} m=0/2kg$$

$$L_F=336\,kJ/kg=336000\,J/kg\ ,\ c_{\text{یخ}}=2100\,J/kg.^\circ C$$

$$Q_{\text{کل}}=Q+Q'=0/2\times2100\times(0-(-10))+0/2\times336000$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}}=4200+67200 \Rightarrow Q_{\text{کل}}=71400\,J$$

چون گرمای داده شده به یخ $(Q=12600J)$ کمتر از گرمای لازم برای تبدیل یخ $-10^\circ C$ به آب $0^\circ C$ $(Q_{\text{کل}}=71400J)$ اســـت، تمام یخ ذوب نمی‌شود، بنابراین دمای تعادل نهایی صفر درجهٔ سلسیوس است.

۸۲۷. (گزینه ۱) با توجه به این‌که دمای تعادل $\theta=20^\circ C$ است، با استفاده از طرحوارهٔ زیر، جمع جبری گرماهای مبادله شده را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\boxed{\text{آب } (30^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c_1\Delta\theta} \boxed{\text{آب } (20^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب } (20^\circ C)} \xleftarrow[\text{تغییر دما}]{Q_2=m'c_1\Delta\theta} \boxed{\text{آب } (0^\circ C)} \xleftarrow[\text{تغییر حالت}]{Q'=m'L_F} \boxed{\text{یخ } (0^\circ C)}$$

$$Q_1+Q'+Q_2=0 \Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1)+m'L_F+m'c_1(\theta-\theta_2)=0$$

$$\text{آب}\begin{cases}m_1=1kg\\ c_1=4200\,J/kg.K\\ \theta_1=30^\circ C\end{cases} \qquad \text{یخ}\begin{cases}m'=?\\ L_F=336kJ/kg\\ \theta_2=0^\circ C\end{cases}$$

$$1\times4200\times(20-30)+m'\times336\times10^3+m'\times4200\times(20-0)=0$$

$$\Rightarrow -10+80m'+20m'=0 \Rightarrow 100m'=10 \Rightarrow m'=0/1kg=100g$$

۸۲۸. (گزینه ۳) با فرض این‌که تمام یخ ذوب شـــده و دمای تعادل، θ درجهٔ سلسیوس می‌شود، با توجه به طرحوارهٔ زیر و استفاده از قانون پایستگی انرژی، دمای تعادل را به دست می‌آوریم:

$$\boxed{\text{یخ } (0^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_1=m_1L_F} \boxed{\text{آب } (0^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1'=m_1c_{\text{آب}}\Delta\theta} \boxed{\text{آب } (\theta^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب } (\theta^\circ C)} \xleftarrow[\text{تغییر دما}]{Q_2=m_2c_{\text{آب}}\Delta\theta} \boxed{\text{آب } (30^\circ C)}$$

$$\text{یخ}\begin{cases}m_1=100g=0/1kg\\ \theta_1=0^\circ C\\ L_F=336000\,J/kg\end{cases} \qquad \text{آب}\begin{cases}m_2=400g=0/4kg\\ \theta_2=30^\circ C\\ c_2=4200\,J/kg.^\circ C\end{cases}$$

$$Q_1+Q_1'+Q_2=0 \Rightarrow m_1L_F+m_1c_2(\theta-0)+m_2c_2(\theta-30)=0$$

$$\Rightarrow 0/1\times336000+0/1\times4200(\theta-0)+0/4\times4200(\theta-30)=0$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } 4200} 0/1\times80+0/1\theta+0/4(\theta-30)=0$$

$$\Rightarrow 8+0/1\theta+0/4\theta-12=0 \Rightarrow 0/5\theta=4 \Rightarrow \theta=8^\circ C$$

دقت کنید: اگر در این روش، دمای تعادل، مقداری منفی به دست می‌آمد، بدین معنا بود که تمام یخ، ذوب نشـــده و در نهایت مخلوطی از آب و یخ موجود است که دمای آن $0^\circ C$ است.

۸۳۹. (گزینه ۲)

گام اول مقدار گرمایی که لازم است تا یخ $-10^\circ C$ را به آب $0^\circ C$ تبدیل کنیم را به دست می‌آوریم:

$$\boxed{\text{یخ}(-10^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q'=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta}\boxed{\text{یخ}(0^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_F=mL_F}\boxed{\text{آب}(0^\circ C)}$$

$$Q=Q'+Q_F=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta+mL_F$$

$$\xrightarrow[L_F=336000\,J/kg]{m=400\,g=0.4\,kg\ ,\ c_{\text{یخ}}=2100\,J/kg.^\circ C}$$

$$\Rightarrow Q=0.4\times2100\times(0-(-10))+0.4\times336000$$

$$\Rightarrow Q=(4\times35700)J$$

گام دوم توان خروجی گرمکن الکتریکی را می‌یابیم:

$$Ra=\frac{P}{P_t}\xrightarrow[P_t=700\,W]{Ra=\frac{75}{100}}\frac{75}{100}=\frac{P}{700}\Rightarrow P=75\times7\,W$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{Q}{t}$، مدت زمان لازم برای ذوب یخ را می‌یابیم:

$$t=\frac{Q}{P}=\frac{4\times35700}{75\times7}\Rightarrow t=272\,s$$

۸۴۰. (گزینه ۲)

گام اول با توجه به طرحوارهٔ زیر، یخ $0^\circ C$، به اندازهٔ $Q_1=mL_F$ گرما می‌گیرد تا ذوب شود و سپس به اندازهٔ $Q_2=mc\Delta\theta$ گرما می‌گیرد تا به آب $20^\circ C$ تبدیل گردد. بنابراین، ابتدا، Q_1 و Q_2 و در ادامه Q_t را می‌یابیم.

$$\boxed{\text{یخ}\ 0^\circ C}\xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_1}\boxed{\text{آب}\ 0^\circ C}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_2}\boxed{\text{آب}\ 20^\circ C}$$

$$Q_1=mL_F\xrightarrow{L_F=336000\,J/kg}Q_1=336000m=80\times4200\times m$$

$$Q_2=mc\Delta\theta\xrightarrow{c=4200\,J/kg.^\circ C}Q_2=m\times4200\times(20-0)$$
$$=20\times4200\times m$$

$$Q_t=Q_1+Q_2=80\times4200\times m+20\times4200\times m\Rightarrow$$
$$Q_t=100\times4200\times m$$

گام دوم برای محاسبهٔ درصد گرمای داده شده که صرف ذوب یخ می‌شود، داریم:

$$\text{درصد گرمای لازم برای ذوب یخ}=x=\frac{Q_1}{Q_t}\times100\Rightarrow x=\frac{80\times4200\times m}{100\times4200\times m}\times100$$

$$\Rightarrow x=80\%$$

۸۴۱. (گزینه ۳) چون جرم یخ زیاد است، دمای هر سه گلوله پس از تعادل، با دمای یخ $0^\circ C$ برابر می‌شود. بنابراین چون جرم و تغییر دمای هر سه گوی یکسان است، بنا به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$، جسمی که گرمای ویژهٔ آن بیشتر باشد، گرمای بیشتری به یخ می‌دهد؛ پس چون گرمای ویژهٔ آلومینیم از گرمای ویژهٔ مس و آهن بیشتر است، آلومینیم گرمای بیشتری به یخ می‌دهد، در نتیجه جرم بیشتری از یخ را ذوب خواهد کرد.

۸۴۲. (گزینه ۴) قانون پایستگی انرژی را یک بار برای مس $50^\circ C$ و بار دیگر برای مس $20^\circ C$ می‌نویسیم و نسبت $\frac{m_1}{m_2}$ را به دست می‌آوریم. (دقت کنید، چون در هر دو قطعه مس، تمام جرم یخ ذوب نمی‌شود، دمای تعادل $\theta=0^\circ C$ است.)

• **حالت اول**

$$\boxed{\text{مس}\ (50^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c\Delta\theta}\boxed{\text{مس}\ (0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب}\ (0^\circ C)}\xleftarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_1'=mL_F}\boxed{\text{یخ}\ (0^\circ C)}$$

(۱) $$Q_1+Q_1'=0\Rightarrow m_1c(0-50)+mL_F=0\Rightarrow 50m_1c=mL_F$$

• **حالت دوم**

$$\boxed{\text{مس}\ (20^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_2=m_2c\Delta\theta}\boxed{\text{مس}\ (0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب}\ (0^\circ C)}\xleftarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2'=\frac{1}{2}mL_F}\boxed{\text{یخ}\ (0^\circ C)}$$

$$Q_2+Q_2'=0\Rightarrow m_2c(0-20)+\frac{1}{2}mL_F=0$$

$$\Rightarrow 20m_2c=\frac{1}{2}mL_F$$ (۲)

اکنون طرفین رابطهٔ (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{50m_1c}{20m_2c}=\frac{mL_F}{\frac{1}{2}mL_F}\Rightarrow\frac{5m_1}{2m_2}=2\Rightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{4}{5}$$

۸۴۳. (گزینه ۲) چون حداقل جرم فلز خواسته شده است، گرمایی که این فلز از دست می‌دهد نمی‌تواند پس از ذوب کامل یخ $0^\circ C$ دمای آن را افزایش دهد. بنابراین دمای تعادل مجموعه برابر $\theta=0^\circ C$ است. دقت کنید، چون دمای اولیهٔ آب و دمای تعادل هر دو $0^\circ C$ است، آب در تبادل گرما شرکت نمی‌کند. در این حالت با توجه به طرحوارهٔ زیر می‌توان نوشت:

$$\text{یخ}\begin{cases}m_2=200\,g\\L_F=336000\,J/kg\\\theta_2=0^\circ C\end{cases}\qquad\text{فلز}\begin{cases}m_1=?\\c_1=400\,J/kg.^\circ C\\\theta_1=250^\circ C\end{cases}$$

$$\boxed{\text{فلز}\ (250^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c_1\Delta\theta}\boxed{\text{فلز}\ (0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب}\ (0^\circ C)}\xleftarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2=m_2L_F}\boxed{\text{یخ}\ (0^\circ C)}$$

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1)+m_2L_F=0$$

$$\Rightarrow m_1\times400\times(0-250)+200\times336000=0$$

$$\Rightarrow m_1\times10^5=672\times10^5\Rightarrow m_1=672\,g$$

۸۴۴. (گزینه ۴)

یادآوری: اگر جرم m از یخ بـا دمای $(\theta^\circ C)$ را درون حجم زیادی آب بـا دمای $0^\circ C$ بیاندازیم، آب که دمای آن بالاتر اسـت، گرما از دسـت می‌دهد و به یخ تبدیل می‌شود و دمای یخ نیز افزایش می‌یابد و حداکثر به $0^\circ C$ خواهد رسـید. اگر تنها بخشی از جرم آب (m') به یخ تبدیل گردد، در این حالت دمای تعادل الزاماً $\theta=0^\circ C$ می شـود و جرم کل یخ موجود، برابـر مجموع جرم یخ اولیه (m) و جرم یخ حاصـل از انجماد آب (m') خواهد بود. یعنی $M=m+m'$ اسـت. در صورتی که جرم یخ با دمای منفی خیلی زیاد باشـد، تمام آب به یخ تبدیل شده و دمای آن به زیر صفر می رود و پس از تعادل گرمایی، دمای یخ بین $\theta^\circ C$ تا $0^\circ C$ است و جرم آن برابر مجموع جرم یخ اولیه و جرم آب اولیه خواهد بود.

در این سـؤال، آب $0^\circ C$ که دمای آن بالاتر از یخ $-20^\circ C$ اسـت، است، گرما از دست داده و به یخ $0^\circ C$ تبدیل می شود. بنابراین برای محاسبهٔ جرم یخ، با توجه به طرحواره، مجموع گرماهای مبادله شده را برابر صفر قرار می دهیم.

$$\boxed{\text{یخ}(-20^\circ C)}\xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c_1\Delta\theta}\boxed{\text{یخ}(0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{یخ}(0^\circ C)}\xrightarrow[\text{انجماد}]{Q_1=-m_2L_F}\boxed{\text{آب}(0^\circ C)}$$

(دقت کنید، چون حداقل جرم یخ مطلوب است، دمای تعادل $\theta=0^\circ C$ می باشد. در غیر این صورت، وقتی آب به یخ تبدیل شود، با ادامهٔ فرایند از دست دادن گرما، می‌تواند دمای آن به زیر صفر برسد.)

$$\text{یخ}\begin{cases} m_1 = ? \\ c_1 = 2100\,J/kg.^\circ C = \frac{1}{2}\,cal/g.^\circ C \\ \theta_1 = -20^\circ C \\ L_F = 3/36\times10^5\,J/kg = 80\,cal/g \end{cases} \qquad \text{آب}\begin{cases} m_2 = 200\,g \\ \theta_2 = 0^\circ C \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1) - m_2L_F = 0$$

$$\Rightarrow m_1\times\frac{1}{2}\times(0-(-20)) - 200\times80 = 0 \Rightarrow 10m_1 = 16000$$

$$\Rightarrow m_1 = 1600\,g$$

۸۴۵. (گزینه ۳) در این سؤال، آب ۰°C که دمای آن بالاتر از دمای یخ −۱۰°C است، گرما از دست می‌دهد و به یخ ۰°C تبدیل می‌گردد. چون تمام آب به یخ تبدیل نمی‌شود، دمای تعادل $\theta = 0^\circ C$ است. بنابراین با توجه به طرحوارهٔ زیر، مجموع گرماهای مبادله شده را برابر صفر قرار می‌دهیم و جرمی از آب که به یخ تبدیل می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\boxed{\text{یخ}\,(-10^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c_1\Delta\theta} \boxed{\text{یخ}\,(0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{یخ}\,(0^\circ C)} \xleftarrow[\text{انجماد}]{Q_2=-m_2L_F} \boxed{\text{آب}\,(0^\circ C)}$$

$$\text{یخ}\begin{cases} m_1 = 400\,g \\ c_1 = 0/5\,cal/g.^\circ C \\ \theta_1 = -10^\circ C \end{cases} \qquad \text{آب}\begin{cases} m_2 = ? \\ \theta_2 = 0^\circ C \\ L_F = 80\,cal/g \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1) - m_2L_F = 0$$

$$\Rightarrow 400\times0/5\times(0-(-10)) - m_2\times80 = 0$$

$$\Rightarrow 2000 = 80m_2 \Rightarrow m_2 = 25\,g$$

۸۴۶. (گزینه ۲)

گرمای داده‌شده به یخ صفر درجهٔ سلسیوس — گرمای گرفته‌شده از آب ۵۰°C

$$0/9\,Q_1 = Q_2$$

$$\Rightarrow 0/9\,m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} = m'_{\text{یخ}}L_F$$

$$\xrightarrow{L_F=80c_{\text{آب}}} 0/9\times800\times\cancel{c_{\text{آب}}}\times50 = m'_{\text{یخ}}\times80\,\cancel{c_{\text{آب}}}$$

$$\Rightarrow m' = \frac{0/9\times800\times50}{80} = 450\,g$$

۸۴۷. (گزینه ۴) چون پس از ایجاد تعادل گرمایی، یخ در ظرف باقی‌مانده است، دمای تعادل $\theta = 0^\circ C$ است؛ بنابراین ابتدا جرم یخ ذوب شده را به دست می‌آوریم و سپس با جرم یخ باقی‌مانده جمع می‌کنیم تا جرم اولیهٔ یخ به دست آید. برای محاسبهٔ جرم یخ ذوب شده که در این‌جا با m' مشخص می‌کنیم، با توجه به طرحوارهٔ زیر، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده بین یخ و آب را برابر صفر قرار می‌دهیم. (دقت کنید در رابطهٔ $Q = mL_F$، همیشه m، جرم یخ ذوب شده است.)

$$\boxed{\text{یخ}\,(0^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_1=m'L_F} \boxed{\text{آب}\,(0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب}\,(0^\circ C)} \xleftarrow[\text{تغییر دما}]{Q_2=m_2c_2\Delta\theta} \boxed{\text{آب}\,(50^\circ C)}$$

$$\text{یخ}\begin{cases} m' = ? \\ L_F = 336000\,J/kg = 80\,cal/g \\ \theta = 0^\circ C \end{cases}$$

$$\text{آب}\begin{cases} m_2 = 800\,g \\ c_2 = 4200\,J/kg.^\circ C = 1\,cal/g.^\circ C \\ \theta_2 = 50^\circ C \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m'L_F + m_2c_2(\theta-\theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m'\times80 + 800\times1\times(0-50) = 0$$

$$\Rightarrow 80m' = 800\times50 \Rightarrow m' = 500\,g$$

می‌بینیم، ۵۰۰g یخ ذوب شده و ۱۰۰g یخ در ظرف باقی مانده است. بنابراین، جرم اولیهٔ یخ برابر $m = 500 + 100 = 600\,g$ است.

۸۴۸. (گزینه ۴) باید جرم یخ ذوب شده را به دست آوریم و با آب ۶۰°C که به ۰°C تبدیل شده است، جمع کنیم تا کل جرم آب ۰°C به دست آید. به همین منظور، با توجه به طرحوارهٔ زیر، جمع جبری گرماهای مبادله شده بین یخ و آب را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\boxed{\text{آب}\,(60^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c_1\Delta\theta} \boxed{\text{آب}\,(0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب}\,(0^\circ C)} \xleftarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2=m'L_F} \boxed{\text{یخ}\,(0^\circ C)}$$

$$\text{آب}\begin{cases} m_1 = 800\,g \\ c_1 = 4200\,J/kg.^\circ C = 1\,cal/g.^\circ C \\ \theta_1 = 60^\circ C \end{cases}$$

$$\text{یخ}\begin{cases} m_{\text{کل}} = 800\,g \\ m' = ? \\ \theta_2 = 0^\circ C \\ L_F = 336000\,J/kg = 80\,cal/g \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1) + m'L_F = 0$$

$$\Rightarrow 800\times1\times(0-60) + m'\times80 = 0$$

$$\Rightarrow 800\times60 = 80m' \Rightarrow m' = 600\,g$$

می‌بینیم از ۸۰۰g یخ موجود، ۶۰۰ گرم آن ذوب و به آب ۰°C تبدیل شده است. با توجه به این‌که ۸۰۰g آب هم وجود داشته است، جرم کل آب ۰°C برابر است با:

$$m_{\text{کل}} = 800 + 600 = 1400\,g \xrightarrow{\div1000} m_{\text{کل}} = 1/4\,kg$$

۸۴۹. (گزینه ۱)

گام اول گرمای لازم برای تبدیل یخ ۰°C به آب صفر درجهٔ سلسیوس برابر است با:

$$Q_{\text{یخ}} = m'L_F \Rightarrow Q_{\text{یخ}} = \frac{8}{10}\times336000 = 268800\,J$$

و گرمای لازم برای رساندن آب از ۲۰°C به ۰°C برابر است با:

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta \Rightarrow Q_{\text{آب}} = 800\times4/2\times(-20) = -67200\,J$$

گام دوم از آن‌جایی که $|Q_{\text{آب}}| < Q_{\text{یخ}}$ پس یخ کل آب ۲۰°C را به آب ۰°C تبدیل می‌کند و دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس خواهد بود:

$$m_1L_F = |Q_{\text{آب}}| \Rightarrow m_1\times336000 = 67200$$

$$\Rightarrow m_1 = 0/2\,kg = 200\,g$$

پس جرم آب به $800\,g + 200\,g = 1000\,g$ می‌رسد.

۸۵۰. (گزینه ۳) چون جرم آب و یخ با هم برابر است، بنا به رابطه‌های $Q = mL_F$ و $Q = mc\Delta T$ مقدار گرمایی که برای ذوب تمام جرم یخ لازم است را آب نمی‌تواند تأمین کند، لذا مخلوطی از آب و یخ داریم که دمای تعادل آن $\theta = 0^\circ C$ است. محاسبات زیر همین موضوع را نشان می‌دهد:

$$\text{آب}\begin{cases} m_1 = m \\ c_1 = c_{\text{آب}} \\ \theta_1 = 30^\circ C \end{cases} \qquad \text{یخ}\begin{cases} m_2 = m \\ L_F = 80c_{\text{آب}} \\ \theta_2 = 0^\circ C \end{cases}$$

$$Q_1 = m_1c_1(\theta-\theta_1) \Rightarrow Q_1 = m\times c_{\text{آب}}\times(0-30) = -30mc_{\text{آب}}$$

$$Q_2 = m_2L_F \Rightarrow Q_2 = m\times80c_{\text{آب}} \Rightarrow Q_2 = 80mc_{\text{آب}}$$

بنابراین برای محاسبهٔ جرم یخ ذوب شده با استفاده از طرحوارهٔ زیر و اصل پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$\boxed{\text{آب}(30^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c_1\Delta\theta} \boxed{\text{آب}(0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آب}(0^\circ C)} \xleftarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2=m_2'L_F} \boxed{\text{یخ}(0^\circ C)}$$

$$Q_1+Q_2=0 \Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1)+m_2'L_F=0$$

$$\Rightarrow m\times c_{\text{آب}}(0-30)=-m_2'\times 80c_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 30m=80m_2' \Rightarrow m_2'=\frac{3}{8}m$$

بنابراین $\frac{3}{8}$ جرم کل یخ به آب تبدیل می‌شود.

۸۵۱. گزینه ۳ ابتدا حداکثر گرمایی که آب از دست می‌دهد و حداکثر گرمایی که یخ می‌گیرد را به دست می‌آوریم. دقت کنید، در این‌جا حداکثر گرما در حالتی است که دمای تعادل $\theta=0^\circ C$ باشد. در ضمن برای سادگی محاسبه، c و L_F را برحسب $cal/g.^\circ C$ و cal/g نوشته‌ایم:

$$\boxed{\text{آب}(90^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1} \boxed{\text{آب}(0^\circ C)}$$

$$Q_1=m_1c_1(\theta-\theta_1)\xrightarrow[c_1=4/2J/g.^\circ C=1cal/g^\circ C,\ \theta_1=90^\circ C]{\theta=0^\circ C,\ m_1=500g}$$

$$Q_1=500\times1\times(0-90)=-45000cal$$

$$\boxed{\text{یخ}(0^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2} \boxed{\text{آب}(0^\circ C)}$$

$$Q_2=m_2L_F\xrightarrow[m_2=500g]{L_F=80cal/g}Q_2=500\times80=40000cal$$

می‌بینیم آب، $45000cal$ گرما از دست می‌دهد و یخ برای ذوب کامل به $40000cal$ گرما نیاز دارد؛ بنابراین تمام یخ ذوب شده و $5000cal$ باقی‌مانده، باعث افزایش دمای آب که اکنون دمای آن $0^\circ C$ و جرم آن $1000g$ است ($500g$ آب حاصل از ذوب یخ و $500g$ آب اولیه) می‌شود. بنابراین دمای آب برابر است با:

$$Q_{\text{باقی‌مانده}}=mc\Delta\theta\xrightarrow[m=500+500=1000g,\ \theta_1=0^\circ C]{Q=5000cal,\ c=1cal/g.^\circ C}$$

$$5000=1000\times1\times(\theta-0)\Rightarrow\theta=5^\circ C$$

۸۵۲. گزینه ۴ چون نصف جرم یخ ذوب می‌شود، در ظرف، یخ باقی می‌ماند. بنابراین دمای تعادل $\theta=0^\circ C$ است. بر این اساس، برای محاسبهٔ دمای اولیهٔ ظرف آلومینیمی، با توجه به طرحوارهٔ زیر، مجموع گرماهای مبادله‌شده را با برابر صفر قرار می‌دهیم. (دقت کنید، برای ذوب شدن نصف جرم یخ، ابتدا باید تمام جرم یخ $-10^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود و سپس نصف جرم یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل گردد.)

$$\boxed{\text{یخ}(-10^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر دما}]{Q_2=m_2c_2\Delta\theta} \boxed{\text{یخ}(0^\circ C)} \xrightarrow[\text{تغییر حالت}]{Q_2'=m_2'L_F} \boxed{\text{آب}(0^\circ C)}$$

$$\boxed{\text{آلومینیم}(0^\circ C)} \xleftarrow[\text{تغییر دما}]{Q_1=m_1c_1\Delta\theta} \boxed{\text{آلومینیم}(\theta_1^\circ C)}$$

$$\text{آلومینیم}\begin{cases}m_1=340g=0/34kg\\ c_1=1000J/kg.^\circ C\\ \theta_1=?\end{cases}$$

$$\text{یخ}\begin{cases}\text{جرم کل یخ}: m_2=100g=0/1kg\\ \text{جرم یخ ذوب‌شده}: m_2'=50g=0/05kg\\ \theta_2=-10^\circ C\\ c_2=2000J/kg.^\circ C\\ L_F=300000J/kg\end{cases}$$

$$Q_1+Q_2+Q_2'=0\Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1)+m_2c_2(\theta-\theta_2)+m_2'L_F=0\Rightarrow$$

$$0/34\times1000\times(0-\theta_1)+0/1\times2000\times(0-(-10))+0/05\times300000=0$$

$$\Rightarrow -340\theta_1+2000+15000=0\Rightarrow340\theta_1=17000\Rightarrow\theta_1=50^\circ C$$

۸۵۳. گزینه ۴ تبدیل بخار به مایع را میعان، جامد به بخار را تصعید و مایع به بخار را تبخیر می‌نامیم.

۸۵۴. گزینه ۳ به طور کلی، افزودن ناخالصی به مایع باعث می‌شود نقطهٔ انجماد آن پایین و نقطهٔ جوش آن بالا رود.

۸۵۵. گزینه ۴ می‌دانیم هر چه دمای آب بالاتر باشد، زمان آب‌پز شدن تخم‌مرغ کمتر است؛ بنابراین در ارتفاعات که فشار هوا کمتر است، نقطهٔ جوش آب کاهش می‌یابد، در نتیجه تخم‌مرغ در مدت زمان بیشتری آب‌پز می‌شود.

۸۵۶. گزینه ۱ افزایش فشار باعث کاهش دمای ذوب یخ می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها گزینهٔ «۲»: در اثر افزایش فشار، نقطهٔ جوش آب بالا می‌رود. گزینهٔ «۳»: تبخیر سطحی در هر دمایی صورت می‌گیرد و گرمای لازم برای این تبخیر از خود مایع گرفته می‌شود، بنابراین با از دست دادن گرما، دمای مایع کاهش می‌یابد. گزینهٔ «۴»: افزایش فشار وارد بر جامدات (به غیر از یخ) دمای ذوب آن‌ها را بالا می‌برد.

۸۵۷. گزینه ۴ می‌دانیم افزایش دما، افزایش سطح آزاد مایع، کاهش فشار هوا، کاهش رطوبت هوا و وزش باد، آهنگ تبخیر سطحی را افزایش می‌دهد؛ بنابراین در هوای آفتابی خشک با باد زیاد، آهنگ تبخیر سطحی بیشتر است، لذا لباس سریع‌تر خشک می‌شود.

۸۵۸. گزینه ۳ با افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد. زیرا افزایش فشار وارد بر سطح مایع باعث می‌شود مولکول‌های سطح آن برای خارج شدن از مایع به انرژی بیشتری نیاز داشته باشند، در نتیجه تعداد مولکول‌های کمتری در واحد زمان می‌توانند از سطح مایع فرار کنند.

۸۵۹. گزینه ۱ با خارج کردن هوای بالای آب درون ظرف، فشار وارد بر سطح مایع کاهش می‌یابد. با کم شدن فشار مایع، آهنگ تبخیر سطحی افزایش یافته و مولکول‌های سطح آب با گرفتن گرما از سایر مولکول‌ها تبخیر می‌شوند؛ بنابراین دمای آب با از دست دادن گرما، کاهش می‌یابد.

۸۶۰. گزینه ۴ گرمایی که صرف تبخیر آب روی پوست شخص می‌شود، باید از بدن شخص گرفته شود و همین امر موجب کاهش دمای بدن وی می‌گردد. بنابراین می‌توان نوشت:

گرمایی که برای تبخیر لازم است = گرمایی که بدن شخص می‌دهد

$$|Q|=Q_V\Rightarrow|mc\Delta\theta|=m'L_V\xrightarrow[L_V=2/4\times10^6J/kg,\ \Delta\theta=-1^\circ C]{m=80kg,\ c=3600J/kg.^\circ C}$$

$$|80\times3600\times(-1)|=m'\times2/4\times10^6\Rightarrow m'=0/12kg$$

۸۶۱. گزینه ۴ گرمای لازم برای تبدیل یخ صفر درجهٔ سلسیوس به آب $80^\circ C$ برابر است با:

$$Q=mL_F+mc\Delta\theta$$

همچنین گرمای لازم برای تبدیل آب $0^\circ C$ به بخار آب $100^\circ C$ برابر است با:

$$Q'=m'c\Delta\theta'+m'L_V$$

چون گرما در هر دو حالت یکسان در نظر گرفته شده، بنابراین داریم:

$$Q=Q'\Rightarrow mL_F+mc\Delta\theta=m'c\Delta\theta'+m'L_V$$

$$\Rightarrow(0/1\times336000)+(0/1\times4200\times80)$$

$$=(m'\times4200\times100)+(m'\times2268000)$$

$$\Rightarrow(0/1\times80\times4200)+(0/1\times4200\times80)$$

$$=(m'\times4200\times100)+(m'\times540\times4200)$$

$$\Rightarrow(0/1\times80)+(0/1\times80)=m'(100+540)\Rightarrow16=640m'$$

$$\Rightarrow m'=\frac{1}{40}kg=25g$$

گام دوم توجه داریم که کرهٔ رسانای B، ۸ میکروکولن بار منفی (الکترون) از دست داده است و بار الکتریکی نهایی آن برابر خواهد بود با:

$$q'_B = -۶/۴ - (-۸) = ۱/۶\mu C$$

در نهایت درصد تغییرات بار کرهٔ B را می‌توانیم به روش زیر به دست آوریم:

$$\frac{\Delta q_B}{|q_B|} = \frac{۸}{۶/۴} = ۱/۲۵ \Rightarrow \text{درصد تغییر بار} = ۱۲۵\%$$

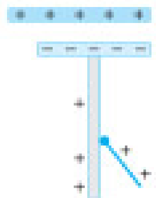
۱۲۶۸. (گزینه ۲) اگر بار اولیه کرهٔ A را q_A فرض کنیم چون ۶۲/۵ درصدکاهش یافته داریم:

$$\Delta q_A = \frac{۳۷/۵}{۱۰۰} q_A = \frac{۳}{۸} q_A$$

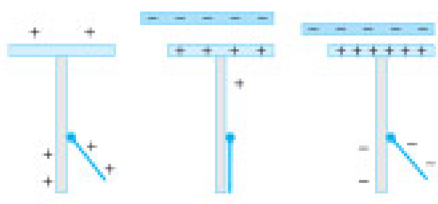
$$q_A - \frac{۳}{۸} q_A = ۶۰ \Rightarrow \frac{۵}{۸} q_A = ۶۰ \Rightarrow q_A = \frac{۴۸۰}{۵} = ۹۶\mu C$$

۱۲۶۹. (گزینه ۳) ابتدا به علت القا براده‌ها جذب کره می‌شوند و پس از برخورد به کره بخشی از بار کره به براده‌ها وارد شده و براده‌ها دفع می‌شوند و روی زمین افتاده و خنثی می‌شوند و این عمل بارها تکرار می‌شود.

۱۲۷۰. (گزینه ۳) هنگام القای بار الکتریکی در یک جسم رسانا مانند الکتروسکوپ، در مجاورت بار اولیه (میله یا بار مثبت) در سطح جسم (کلاهک الکتروسکوپ) بار مخالف ایجاد می شود؛ یعنی در کلاهک بار منفی القا می‌شود. چون بارهای منفی از ورقه‌ها گرفته شده‌اند از این رو ورقه‌ها بار منفی از دست داده و مثبت می‌شوند.

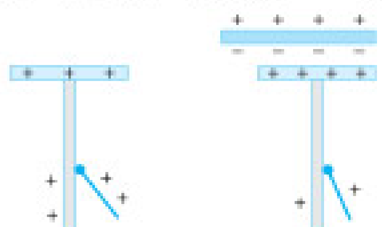


۱۲۷۱. (گزینه ۳) می‌دانید که میلهٔ پلاستیکی در مالش با پارچهٔ پشمی، بار منفی می‌یابد و با نزدیک کردن به کلاهک الکتروسکوپ، بارهای منفی بیشتری به ورقه‌ها می‌روند و بار مثبت آن‌ها کم می شود تا جایی که به صفر می رسد و ورقه ها کاملاً بسته می‌شوند (شکل (۲)). اگر میله باز هم به کلاهک نزدیک شود بار منفی بیشتری به ورقه ها رانده می شوند و ورقه ها بار منفی می‌یابند. در نتیجه به سبب نیروی دافعه بر یکدیگر، از هم دور و باز می‌شوند (شکل (۳)).



۱۲۷۲. (گزینه ۴) چون میله رسانا است، اگر بار منفی داشته باشد، با تماس میله با کلاهک الکتروسکوپ مقداری بار منفی به الکتروسکوپ منتقل می‌شود و از این رو بار مثبت الکتروسکوپ کم شده و فاصلهٔ ورقه ها از یکدیگر کم می‌شود. اگر میله بار نداشته باشد، با نزدیک شدن آن به کلاهک الکتروسکوپ، در سطح مجاور میله با کلاهک (در میله) بار منفی القا می‌شود و با تماس با کلاهک بار منفی از میله به کلاهک و الکتروسکوپ منتقل شده و ورقه ها به هم نزدیک می‌شوند.

۱۲۷۳. (گزینه ۳) چون میله رساناست در آن بار مخالف الکتروسکوپ القا می‌شود و سبب تغییر بار در ورقه ها و کم شدن فاصلهٔ ورقه ها می‌شود. یعنی بار مثبت در کلاهک، در یک طرف میله بار منفی القا می‌کند و چون بار القایی در میله و بار کلاهک مخالف یکدیگرند، بار منفی میله، برخی بارهای منفی کلاهک را به سمت ورقه ها می‌راند در نتیجه این بارهای منفی، بخشی از بارهای مثبت ورقه ها را خنثی می‌کنند و ورقه ها به هم نزدیک می‌شوند.



۱۲۷۴. (گزینه ۱) چون ورقه‌ها ابتدا بسته می شوند پس حتماً الکتروسکوپ بار الکتریکی داشته است. چون بار میله مثبت است و ورقه‌ها ابتدا بسته می‌شوند پس بار الکتروسکوپ مخالف بار میله، یعنی منفی بوده است.

۱۲۷۵. (گزینه ۲) در حالت اول که کره و کلاهک و ورقه‌ها به یکدیگر متصل هستند، بار منفی دارند. با نزدیک‌شدن بار مثبت به کرهٔ رسانا بارهای منفی از ورقه‌ها به سمت کره کشیده می‌شوند و فاصلهٔ ورقه‌ها کم می‌شود. در این حالت کرهٔ رسانا و کلاهک الکتروسکوپ را می‌توان یک جسم در نظر گرفت.

۱۲۷۶. (گزینه ۲)

گام اول بار هر کره را بعد از تماس به دست می‌آوریم، سپس بار جابه‌جا شدهٔ بین آن‌ها را مشخص می کنیم.

در این سؤال چون دو کره مشابه‌اند، می‌توان برای محاسبهٔ بار هر کره (پس از تماس) نوشت:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} = \frac{۱۲ + (-۴)}{۲} = ۴\mu C$$

گام دوم اما در سؤال، بار جابه جا شده مورد نظر است که برای یکی از دو کره مثلاً کرهٔ A می‌توان نوشت:

$$\Delta q_A = q'_A - q_A = ۴ - ۱۲ = -۸\mu C$$

یعنی به کرهٔ A، $۸\mu C$ بار منفی وارد شده است. چون در انتقال بار بین اجسام جامد، الکترون‌ها جابه‌جا می‌شوند پس $۸\mu C$ بار الکتریکی از B به A جابه‌جا شده است.

۱۲۷۷. (گزینه ۱) چون کره‌های رسانا هم اندازه‌اند، بنا به رابطهٔ $q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۱ + q_۲}{۲}$ می‌توان در چند مرحله به این سؤال پاسخ داد.

مرحلهٔ اول: کلید $K_۱$ را می‌بندیم و سپس باز می‌کنیم: (A و B را تماس می‌دهیم.)

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} = \frac{۱۰ + (-۴)}{۲} = ۳\mu C$$

مرحلهٔ دوم: کلید $K_۲$ را می‌بندیم و سپس باز می‌کنیم: (B و C را تماس می‌دهیم.)

$$q''_B = q''_C = \frac{q'_B + q_C}{۲} = \frac{۳ + ۹}{۲} = ۶\mu C$$

مرحلهٔ سوم: $K_۳$ را می‌بندیم و سپس باز می‌کنیم: (C و A را تماس می‌دهیم.)

$$q''_A = q''_C = \frac{q'_C + q'_A}{۲} = \frac{۳ + ۶}{۲} = ۴/۵\mu C$$

۱۲۷۸. (گزینه ۴) با توجه به درسنامه می‌توان نوشت:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} \xrightarrow[|q'_B| = \frac{۱}{۴} q_B]{q_A = -۶\mu C} \pm \frac{q_B}{۴} = \frac{-۶ + q_B}{۲}$$

$$\Rightarrow \pm q_B = -۱۲ + ۲q_B \Rightarrow \begin{cases} q_B = ۱۲\mu C \\ q_B = ۴\mu C \end{cases}$$

۱۲۷۹. (گزینه ۱)

یادآوری: اگر جسم رسانای باردار به زمین اتصال الکتریکی پیدا کند، بار الکتریکی جسم تخلیه و جسم خنثی می‌شود.

گام اول ابتدا اندازه و نوع بار اولیهٔ کرهٔ B را به دست می‌آوریم:

$$q_A + q_B = ۴/۸ \xrightarrow{q_A = ۸\mu C} q_B = ۴/۸ - ۸ = -۳/۲\mu C$$

گام دوم اگر قبل از تماس دو کره به یکدیگر، کرهٔ B را به زمین متصل می‌کردیم $۳/۲\mu C$ بار منفی از کرهٔ B به زمین منتقل و کرهٔ B خنثی می‌شد. برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌هایی که این بار منفی را می‌سازند، داریم:

$$q = ne \Rightarrow ۳/۲ \times ۱۰^{-۶} = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۲ \times ۱۰^{۱۳} \text{ الکترون}$$

۱۲۸۰. (گزینه ۳)

گام اول سؤال یکای $\varepsilon_۰$ را خواسته است. همان‌طور که می‌دانیم $k = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}$ است. بنابراین با توجه به رابطهٔ $F = k\frac{|q_۱q_۲|}{r^۲}$ خواهیم داشت:

$$F = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} \times \frac{|q_۱q_۲|}{r^۲} \Rightarrow \varepsilon_۰ = \frac{۱}{۴\pi} \times \frac{|q_۱q_۲|}{Fr^۲}$$

گام دوم با توجه به رابطهٔ بالا و جایگذاری یکاهای بار الکتریکی، نیروی الکتریکی و فاصلهٔ بین بارها داریم:

$$\varepsilon_۰ \Rightarrow \frac{C \cdot C}{N.m^۲} = \frac{C^۲}{N.m^۲}$$

۱۲۸۱. (گزینه ۲)

یادآوری: قانون سوم نیوتون بیان می‌کند که برای هر نیرویی یا عملی نیروی عکس‌العمل وجود دارد که مخالف و هم‌اندازهٔ نیروی عمل است.

نیروهای عمل و عکس‌العمل، این ویژگی‌ها را دارند: ۱ بر دو جسم وارد می‌شوند، ۲ هم‌اندازه‌اند، ۳ مخالف یکدیگرند، ۴ قابل برایندگیری نیستند و ۵ همزمان به وجود می‌آیند و همزمان قطع می‌شوند.

نیروی الکتریکی بین دو بار از قانون سوم نیوتون پیروی می‌کند: یعنی نیروها، عمل و عکس‌العمل یکدیگرند و بزرگی آن‌ها یکسان است. پس هرچند اندازهٔ بارها متفاوت باشند، بزرگی نیروی دو بار الکتریکی یکسان است.

۱۲۸۲. گزینه ۴ از قانون کولن برای دو بار نقطه‌ای استفاده می‌کنیم و با جایگذاری کمیت‌های معلوم در آن داریم:

$$F=k\frac{|q_1q_2|}{r^2}\xrightarrow[r=3m]{F=0/02N}0/02=\frac{9\times10^9\times5q_1\times q_1}{3^2}$$

$$\Rightarrow q_1=2\times10^{-6}C\Rightarrow q_1=2\mu C$$

۱۲۸۳. گزینه ۴

گام اول اندازهٔ بار الکتریکی پروتون و الکترون برابر $e=1/6\times10^{-19}C$ کولن است و نیروی ربایشی الکتریکی بین پروتون و الکترون برابر است با:

$$F=k\frac{|q_1q_2|}{r^2}=k\frac{e^2}{(2\times10^{-10})^2}$$

گام دوم نیروی رانشی الکتریکی پروتون با پروتون برابر است با:

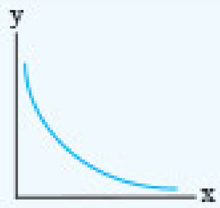
$$F'=k\frac{e^2}{(2\times10^{-15})^2}$$

گام سوم بنابراین نسبت این دو نیرو به یکدیگر برابر است با:

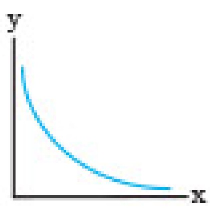
$$\frac{F}{F'}=\frac{k\frac{e^2}{(2\times10^{-10})^2}}{k\frac{e^2}{(2\times10^{-15})^2}}=10^{-10}$$

۱۲۸۴. گزینه ۲

یادآوری: برای تابع ریاضی مانند $f(x)=y=\frac{a}{x^2}$، نمودار y برحسب x مطابق شکل است:

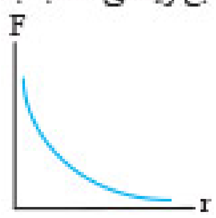


با توجه به رابطهٔ کولن برای نیروی بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای و مقایسهٔ آن با تابع ریاضی مشابه با قانون کولن می‌توان نوشت:



$$y=\frac{a}{x^2}$$

$$\begin{cases} y\Rightarrow F\\ a\Rightarrow k|q_1q_2|\Rightarrow\\ x^2\Rightarrow r^2\end{cases}$$



$$F=\frac{k|q_1q_2|}{r^2}$$

۱۲۸۵. گزینه ۴

• **روش اول** برای مقایسهٔ نیروی دو بار الکتریکی در دو فاصلهٔ مختلف می‌توان نوشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\xrightarrow[r=30cm]{F'=4F}4=\left(\frac{30}{r'}\right)^2\Rightarrow r'=15cm$$

: **روش دوم** چون نیرو متناسب با عکس مجذور فاصلهٔ دو بار است، برای این‌که نیروی بین دو بار ۴ برابر شود باید فاصلهٔ بین دو بار نصف شده باشد؛ و به $r'=\frac{30}{2}=15\,cm$ برسد.

۱۲۸۶. گزینه ۲ از مقایسهٔ نیروی الکتریکی دو بار در دو حالت، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'q_2'|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{|\frac{q_1}{2}q_2|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{\frac{r}{2}}\right)^2=2$$

۱۲۸۷. گزینه ۲ از رابطهٔ مقایسه‌ای برای قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{|q_1'\times q_2'|}{r_1'^2}}{\frac{|q_1\times q_2|}{r_1^2}}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{\frac{3q_1\times3q_2}{(3r_1)^2}}{\frac{q_1\times q_2}{r_1^2}}=1$$

۱۲۸۸. گزینه ۴ از رابطهٔ $\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'q_2'|}{q_1q_2}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2$ استفاده می‌کنیم:

$$q_1'=0/1q_1+q_1\Rightarrow q_1'=1/1q_1\ ,\ q_2'=1/1q_2\ ,\ r'=2r$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{|1/1q_1\times1/1q_2|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2=1/21\times\frac{1}{4}=\frac{1/21}{4}$$

$$\Rightarrow F'=\frac{1/21}{4}F=0/3025F$$

۱۲۸۹. گزینه ۲

گام اول با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای نیروی بین دو بار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_1'q_2'}{q_1q_2}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

گام دوم اگر فاصلهٔ دو بار ٪۲۵ افزایش یابد:

$$r'=r+0/25r=1/25r=\frac{5}{4}r$$

اگر نیروی بین دو بار ٪۵۲ کاهش یابد:

$$F'=F-0/52F=0/48F=\frac{12}{25}F$$

چون دو بار یکسان هستند داریم:

$$q_1=q_2=q\ ,\ q_1'=q-x\ ,\ q_2'=q+x$$

گام سوم نسبت‌های به دست آمده را در رابطهٔ گام اول جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{\frac{12}{25}F}{F}=\frac{(q-x)(q+x)}{q^2}\times\left(\frac{r}{\frac{5}{4}r}\right)^2\Rightarrow q^2-x^2=\frac{12}{25}\times\frac{25}{16}q^2$$

$$\Rightarrow q^2-x^2=\frac{3}{4}q^2\Rightarrow x^2=\frac{1}{4}q^2\Rightarrow x=\frac{1}{2}q$$

بنابراین باید ٪۵۰ از یکی از بارها برداریم و به دیگری اضافه کنیم.

۱۲۹۰. گزینه ۱

• **روش اول** **گام اول** دقت کنید که بارهای q_1 و q_2 هم‌اندازه و ناهم‌نام‌اند و اگر نصف یکی را به دیگری اضافه کنیم، اندازهٔ هر یک از آن‌ها نصف می‌شود، بنابراین برای حالت دوم یعنی بعد از انتقال بار از یکی به دیگری می‌توان نوشت:

$$q_1'=\frac{1}{2}\times2\mu C=1\mu C\ ,\ q_2'=1+(-2)=-1\mu C$$

گام دوم چون فاصلهٔ دو بار از r به $\frac{r}{2}$ تغییر کرده یعنی نصف شده، پس اکنون مقایسهٔ نیروهای الکتریکی در دو حالت را انجام می‌دهیم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'q_2'|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{|-1\times1|}{|-2\times2|}\times\left(\frac{r}{\frac{1}{2}r}\right)^2\Rightarrow F'=F$$

: **روش دوم** از یک طرف اندازهٔ هر یک از بارها نصف شده است، یعنی حاصل‌ضرب آن‌ها $\frac{1}{4}$ برابر شده و از طرف دیگر فاصلهٔ دو بار الکتریکی هم نصف شده است. پس در کل نیروی الکتریکی $\frac{1}{4}\times4=1$ برابر می‌شود.

۱۲۹۱. گزینه ۴

• **روش اول** از مقایسهٔ نیروها در دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'q_2'|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\xrightarrow[|q_1|=|q_2|=|q|]{r=r'}\frac{24}{25}=\frac{(q-x)(q+x)}{q^2}$$

$$\Rightarrow25(q^2-x^2)=24q^2\Rightarrow x=\frac{1}{5}q\Rightarrow x=\frac{20}{100}q=20\%q$$

روش دوم به طور دیگری هم می‌شود گفت: چون فاصلهٔ بین دو بار ثابت است و نیروی دو بار $\frac{24}{25}$ برابر شده، یعنی $\frac{1}{25}$ اولیه‌اش کم شده و چون این کاهش متناسب با مجذور تغییر بار الکتریکی است، مقدار تغییر هر بار الکتریکی $\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}$ اولیه است و می‌دانیم $\frac{1}{5}=\frac{20}{100}$ یعنی ٪۲۰ یکی از بارهاست.

۱۲۹۲. گزینه ۳ می‌توان نوشت: $q_1'=0.4q_1\ ,\ q_2'=0.4q_2\ ,\ r'=0.8r$

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_1'q_2'}{q_1\times q_2}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2=0.4\times0.4\times\left(\frac{1}{0.8}\right)^2=\frac{1}{4}=0.25$$

$$F'=0.25F$$

پس نیرو ۷۵ درصد کاهش می‌یابد.

۱۲۹۳. گزینه ۳

یادآوری: درصد تغییرات یک کمیت را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{\text{تغییر کمیت}}{\text{مقدار اولیهٔ کمیت}}\times100$$

گام اول مقدار هریک از بارها را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$q_1=80\,\mu C\Rightarrow q_1'=80-\frac{25}{100}\times80=60\,\mu C$$

$$q_2=-50\,\mu C\Rightarrow q_2'=-50+\frac{25}{100}\times80=-30\,\mu C$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{k|q_1'||q_2'|}{r'^2}}{\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}}\xrightarrow{r=r'}\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|}=\frac{60\times30}{80\times50}\Rightarrow F'=0.45F$$

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{\Delta F}{F}\times100=\frac{(0.45-1)F}{F}\times100=-55\%$$

بنابراین نیروی بین دو بار ٪۵۵ کاهش یافته است.

۱۲۹۴. گزینه ۲

یادآوری: اگر دو بار الکتریکی همنام باشند و مقدار x از یکی (q_1) کم کنیم و به دیگری (q_2) اضافه کنیم، مقدار بارهای الکتریکی (q_1-x) و (q_2+x) خواهد شد.

گام اول با استفاده از مقایسهٔ نیروی دو بار در دو حالت و کمی محاسبات ریاضی می‌توانید پاسخ درست را مشخص کنید:

$$q_1=8\mu C\ ,\ q_1'=8-\frac{25}{100}\times8=6\mu C$$

گام دوم چون ٪۲۵ بار q_1 به q_2 اضافه شده است، داریم:

$$q_2'=q_2+\frac{25}{100}\times8=q_2+2$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'q_2'|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\xrightarrow[r=r']{F'=F+\frac{1}{2}F}\frac{\frac{3}{2}\cancel{F}}{\cancel{F}}=\frac{6\times(q_2+2)}{8\times q_2}$$

$$\Rightarrow q_2=2\mu C$$

۱۲۹۵. گزینه ۳ چون دو بار الکتریکی همنام، نقطه‌ای و مثبت هستند، اگر $3\mu C$ از یکی از آن‌ها کم کنیم و به دیگری اضافه کنیم، برای محاسبهٔ بارهای الکتریکی جدید، می‌توان نوشت:

$$q_1=q_2=q\quad,\quad q_1'=q-3\quad,\quad q_2'=q+3$$

$$F'=15N\quad,\quad F=20N$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'q_2'|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\Rightarrow\frac{15}{20}=\frac{(q-3)(q+3)}{q^2}\Rightarrow q=6\mu C$$

۱۲۹۶. گزینه ۴

گام اول نیروی F در حالت اول را محاسبه می‌کنیم. فاصلهٔ دو بار را r در نظر می‌گیریم.

$$q_A=q_B=q\ ,\ F=\frac{k|q_A||q_B|}{r^2}\Rightarrow F=\frac{kq^2}{r^2}$$

گام دوم با انتقال تعدادی الکترون از جسم A به جسم B، بار جسم A مثبت‌تر و بار جسم B منفی‌تر می‌شود. اگر مطابق صورت سؤال، بار جسم B برابر با $-2q$ شود، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، داریم:

$$q_A'+q_B'=q_A+q_B\Rightarrow q_A'-2q=q+q\Rightarrow q_A'=4q$$

گام سوم مقدار نیرو در حالت دوم (F') را محاسبه و نسبت به حالت اول نسبت می‌گیریم.

$$F'=\frac{k|q_A'||q_B'|}{r^2}=\frac{k(4q)(2q)}{r^2}=8\frac{kq^2}{r^2}$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{8\frac{kq^2}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}=8$$

۱۲۹۷. گزینه ۲

نکته: اگر مجموع دو مقدار ثابت باشد، هنگامی حاصل‌ضرب آن دو مقدار بیشینه است که هر یک از مقدارها برابر با میانگین‌شان باشد.

در این سؤال مجموع دو بار q_1 و $2q_1$ برابر $3q_1$ است و میانگین این مجموع برابر $\frac{2q_1+q_1}{2}=\frac{3}{2}q_1$ است. پس در قانون کولن اگر مقدار هر یک از بارها $\frac{3q_1}{2}$ باشد، در همان فاصلهٔ اولیه، بارهای الکتریکی بیشترین نیرو را بر یکدیگر وارد می‌کنند:

$$F_{max}=k\frac{(\frac{3}{2}q_1)(\frac{3}{2}q_1)}{r^2}$$

و چون $q_2=2q_1$ به مقدار $q_2'=\frac{3}{2}q_1=1.5q_1$ تغییر کرده است، درصد تغییر q_2 برابر است با:

$$\frac{\Delta q_2}{q_2}\times100=\frac{1.5q_1-2q_1}{2q_1}\times100=\frac{-1}{4}\times100=-25\%$$

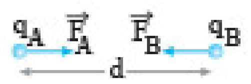
۱۲۹۸. گزینه ۴ بارهای الکتریکی حالت دوم را مشخص می‌کنیم و سپس نیروی دو بار را در دو حالت مقایسه می‌کنیم تا پاسخ مشخص شود. اما! این تست نکته‌هایی دارد که باید به آن‌ها دقت کنید:

اول این‌که اگر $3q$ به $q_B=-2q$ اضافه کنیم بار B، برابر $q_B'=3q+(-2q)=q$ و مثبت می‌شود.

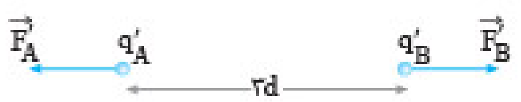
دوم این‌که نیروی دو بار در حالت اول ربایشی است و در حالت دوم بارها همنام‌اند و نیروی بین آن‌ها رانشی است.

سوم این‌که $2d$ به فاصلهٔ اولیهٔ آن‌ها اضافه شده یعنی فاصله‌شان $3d$ شده، (یعنی سه برابر). اکنون نیروهای الکتریکی را در دو حالت مقایسه می‌کنیم:

• حالت اول



• حالت دوم



$$\frac{F_B'}{F_B}=\frac{|q_A'q_B'|}{|q_Aq_B|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\Rightarrow\frac{F_B'}{F_B}=\frac{|q\times q|}{|q\times2q|}\times\left(\frac{d}{3d}\right)^2=\frac{1}{18}$$

اما با توجه به گزینه‌های تست که برحسب بردار $\vec{F}$ بیان شده است، چون باید نیروی F'_B را بر حسب $\vec{F}_B$ (یعنی بردار $\vec{F}_B$) مشخص کنیم، با توجه به شکل، $\vec{F}'_B$ خلاف جهت $\vec{F}_B$ است؛ پس داریم:

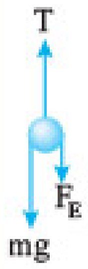
$$\vec{F}'_B = -\frac{1}{18}\vec{F}_B$$

۱۲۹۹. گزینه ۳ به ذرهٔ بالایی دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود که به خاطر تعادل گلوله، این دو نیرو برابرند.

$$F=mg \Rightarrow \frac{kq^2}{r^2}=mg \Rightarrow \frac{9\times10^9\times q^2}{9\times10^{-2}} = 10^{-2}\times 10$$

$$\Rightarrow q^2 = 10^{-12} \Rightarrow q = 10^{-6}C = 1\mu C$$

۱۳۰۰. گزینه ۳ بر ذرهٔ متصل به طناب دو نیروی الکتریکی و نیروی وزن رو به پایین و نیروی کشش طناب رو به بالا وارد می‌شود.



$$F_E = \frac{k|q_1q_2|}{r^2} = \frac{90\times2\times4}{400} = 1/8N$$

$$T = mg + F_E = 0/04\times10 + 1/8 = 2/2N$$

۱۳۰۱. گزینه ۴ اگر دو گلوله یا کرهٔ رسانا و هم‌اندازه که بار الکتریکی دارند با یکدیگر تماس یابند، مجموع بار الکتریکی اولیهٔ آن‌ها به طور مساوی بین دو گلوله تقسیم می‌شود. یعنی بار هر یک از گلوله‌ها برابر می‌شود با:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{4-6}{2}=-1\mu C$$

با توجه به فاصلهٔ اولیهٔ دو گلوله (d) و فاصلهٔ آن‌ها در حالت دوم $(\frac{d}{2})$ و مشخص شدن بار هر گلوله بعد از تماس با یکدیگر، اکنون می‌توانیم نیروی الکتریکی بین دو گلوله را در حالت دوم (F') بر حسب F به دست آوریم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_1q'_2|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{1\times1}{4\times6}\times\left(\frac{d}{\frac{d}{2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{1}{6}$$

۱۳۰۲. گزینه ۴

گام اول با توجه به درسنامه می‌توان بار هر کره را پس از تماس با یکدیگر به دست آورد:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{15+5}{2}=10\mu C$$

گام دوم اکنون از قانون کولن استفاده می‌کنیم و نسبت نیروی الکتریکی دو کره را در حالت دوم نسبت به حالت اول مشخص می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_1q'_2|}{|q_1q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2=\frac{10\times10}{15\times5}\times1 \Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{100}{75}$$

گام سوم از رابطهٔ $\frac{\Delta F}{F}\times100$ استفاده می‌کنیم تا درصد تغییر نیرو را به دست آوریم:

$$\frac{\Delta F}{F}\times100=\frac{F'-F}{F}\times100=\frac{100-75}{75}\times100=\frac{100}{3}\simeq +33\%$$

۱۳۰۳. گزینه ۲

گام اول هنگام تماس دو گلولهٔ هم‌اندازه و باردار به یکدیگر بار الکتریکی هر یک نصف مجموع بار اولیهٔ آن‌ها خواهد بود $(q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2})$ و با استفاده از قانون کولن، برای حالت قبل از تماس دو کره می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{|q_1q_2|}{r^2} \Rightarrow 4 = 9\times10^9\times\frac{|q_1q_2|\times10^{-12}}{(0/3)^2}$$

$$\Rightarrow |q_1q_2| = 40 \quad (1)$$

در این رابطه ضریب $10^{-12}=10^{-6}\times10^{-6}$ را به این دلیل به کار بردیم که بارهای q_1 و q_2 بر حسب میکروکولن در نظر گرفته شوند.

گام دوم البته با یک نگاه به گزینه‌ها معلوم می‌شود فقط در گزینهٔ «۲»، اندازهٔ حاصل‌ضرب دو بار برابر ۴۰ است، اما راه‌حل کامل را ادامه می‌دهیم.

پس از تماس دو گلوله نیز داریم:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=3\mu C \quad (2)$$

گام سوم از دو رابطهٔ (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت:

$$q_1=10\mu C\ ,\ q_2=-4\mu C$$

۱۳۰۴. گزینه ۲

گام اول از قانون کولن یعنی $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ برای دو حالت استفاده می‌کنیم. در حالت اول می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow{\text{تکنیک ۹۰}}0/9=90\frac{|q_1||q_2|}{60^2}\Rightarrow|q_1||q_2|=36 \quad (1)$$

گام دوم بار هر گلوله را بعد از اتصال به یکدیگر حساب کنیم:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$$

گام سوم قانون کولن را برای بارهای q'_1 و q'_2 به‌کار می‌بریم:

$$F'=k\frac{q'_1q'_2}{r^2}\Rightarrow 1/6=90\times\frac{(q_1+q_2)^2}{4\times3600}\Rightarrow(q_1+q_2)=16 \quad (2)$$

گام چهارم از معادله‌های (۱) و (۲) می‌توان q_1 را حساب کرد.

$$\begin{cases}|q_1||q_2|=36\\ q_1+q_2=16\end{cases}\Rightarrow q_1=2\mu C\ ,\ q_2=-18\mu C$$

۱۳۰۵. گزینه ۳

گام اول در حالت اول یعنی قبل از بستن و باز کردن کلید K_1 و K_2، $q_1=10\mu C$ و $q_2=-4\mu C$ است. هنگامی که K_1 را می‌بندیم بارهای q_1 و q_2 برابر می‌شوند با: $q'_1=q'_2=\frac{10+(-4)}{2}=3\mu C$

گام دوم اگر K_1 را باز کنیم همان بار $q'_2=3\mu C$ در گلولهٔ (۲) باقی می‌ماند و هنگامی که K_2 را می‌بندیم، بار q_3 و q_2 برابر می‌شوند با:

$$q''_2=q'_3=\frac{3+2}{2}=2/5\mu C$$

گام سوم اکنون نسبت نیروی الکتریکی بین دو گلولهٔ (۳) و (۲) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_3||q''_2|}{|q_3||q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\xrightarrow{r=r'}\frac{F'}{F}=\frac{2/5\times2/5}{2\times4}=\frac{6/25}{8}$$

۱۳۰۶. گزینه ۳

گام اول با توجه به این‌که بارها در فاصلهٔ قبلی قرار گرفته و نیروی الکتریکی بین آن‌ها کاهش می‌یابد، داریم:

$$\underbrace{|q'_1|\times|q'_2|}_{\text{بعد از تماس}}<\underbrace{|q_1|\times|q_2|}_{\text{قبل از تماس}}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت q_1 و q_2 ناهمنام‌هستند؛ یعنی $q_2<0$ و $q_1>0$ است.

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$$

گام دوم

$$F'=F-\frac{20}{100}F\Rightarrow F'=\frac{4}{5}F$$

$$F=\frac{kq_1|q_2|}{r^2}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q'_1q'_2}{q_1|q_2|}\Rightarrow\frac{4}{5}=\frac{1}{4}\frac{(q_1+q_2)^2}{q_1|q_2|}$$

$$\Rightarrow\frac{16}{5}=\frac{(q_1+q_2)^2}{q_1|q_2|}$$

با توجه به معادلهٔ به‌دست آمده، بهتر است از گزینه‌ها استفاده کنیم. با توجه به اینکه q_1 مثبت و q_2 منفی است، اگر $q_2=-5q_1$ قرار دهیم، داریم:

$$\frac{(q_1-q_2)^2}{q_1|q_2|}=\frac{(q_1-5q_1)^2}{q_1\times 5q_1}=\frac{16q_1^2}{5q_1^2}=\frac{16}{5}$$

توجه: اگر معادله را حل کنیم، داریم:

$$16q_1|q_2|=5q_2^2+5q_1^2+10q_1q_1$$
$$\Rightarrow 5q_2^2+(26q_1)q_2+5q_1^2=0$$
$$\Delta=b^2-4ac=26^2\times q_1^2-4\times 25q_1^2=4\times 144q_1^2$$
$$q_2=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\Rightarrow \underbrace{q_2=5q_1}_{\text{قابل قبول}}\ ,\ q_2=\frac{1}{5}q_1$$

۱۳۰۷. (گزینه ۳)

• حالت اول

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}$$

: حالت دوم

$$F'=\frac{k(\frac{q_1+q_2}{2})^2}{r^2}$$

نشان می‌دهیم $F'\ge F$ است. برای این منظور باید ثابت کنیم $(\frac{q_1+q_2}{2})^2\ge q_1q_2$ است:

$$q_1^2+q_2^2+2q_1q_2\ge 4q_1q_2\Rightarrow q_1^2+q_2^2-2q_1q_2\ge 0$$

$\Rightarrow (q_1-q_2)^2\ge 0$ که این نتیجه بدیهی است.

۱۳۰۸. (گزینه ۴) در این حالت نیروی بین دوبار می‌تواند کاهش یا افزایش یابد یا این‌که تغییری نسبت به حالت قبل نداشته باشد:

مثال ۱: $q_1=10\mu C\ ,\ q_2=-2\mu C\Rightarrow q_1'=q_2'=4\mu C$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{4\times 4}{10\times 2}\Rightarrow F>F'$$

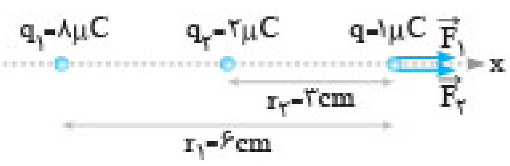
مثال ۲: $q_1=20\mu C\ ,\ q_2=-2\mu C\Rightarrow q_1'=q_2'=9\mu C$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{9\times 9}{20\times 2}\Rightarrow F'>F$$

مثال ۳: $q_1=(1+\sqrt{2})\mu C, q_2=(1-\sqrt{2})\mu C\Rightarrow q_1'=q_2'=1\mu C$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{1\times 1}{(1+\sqrt{2})|(1-\sqrt{2})|}=1\Rightarrow F'=F$$

۱۳۰۹. (گزینه ۳) در این سؤال می‌توانیم ابتدا با استفاده از قانون کولن بزرگی هر یک از نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را با تکنیک ۹۰ به دست آوریم، سپس نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q را حساب کنیم.

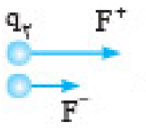


$$\begin{cases}F_1=k\frac{|q_1q|}{r_1^2}=90\times\frac{8\times 1}{6^2}=20N(\text{به طرف راست است.}\ F_1)\Rightarrow \vec{F}_1=20\vec{i}\\ F_2=k\frac{|q_2q|}{r_2^2}=90\times\frac{2\times 1}{3^2}=20N(\text{به طرف راست است.}\ F_2)\Rightarrow \vec{F}_2=20\vec{i}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T=\vec{F}_1+\vec{F}_2=20\vec{i}+20\vec{i}=40\vec{i}\,(N)$$

کمی دقت و صرفه‌جویی در محاسبه: چون فاصلهٔ q_1 تا q دو برابر q_2 تا q است، نیروی F_1، $\frac{1}{4}$ برابر نیروی F_2 است اما از طرف دیگر چون بار q_1، چهار برابر q_2 است، درمی‌یابیم که نیروی F_2 چهار برابر F_1 است و در کل نیروی F_2، $1=4\times\frac{1}{4}$ برابر نیروی F_1 است.

۱۳۱۰. (گزینه ۱) اگر q_1 را مثبت در نظر بگیریم، بار $-q_1$، منفی خواهد بود. بنابراین q_1 و $-q_1$ به ترتیب بر بار q_2 نیروی F^+ و F^- را وارد می‌کنند.



با توجه به قانون کولن یعنی $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ و این‌که فاصلهٔ q_1 تا q_2 در این سؤال $\frac{r}{2}$ است، نیروی q_1 بر q_2 برابر $4F$ می‌شود. همچنین چون $-q_1$ در فاصلهٔ $2r$ از q_2 است نیروی آن $\frac{1}{4}F$ می‌شود. چون نیروهای F^+ و F^- هم‌جهت هستند برایند آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$F_T=F^-+F^+=\frac{1}{4}F+4F=\frac{17}{4}F$$

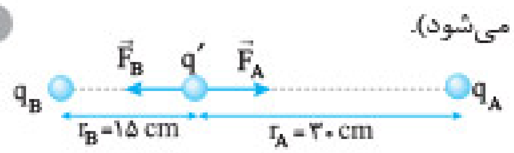
۱۳۱۱. (گزینه ۱)

گام اول بنابر آنچه در درسنامه گفته شد می‌توان برای حالت اول نوشت:

$$\vec{F}_A+\vec{F}_B=\vec{F}\quad ①$$

گام دوم اگر q_A خنثی شود، نیروی q_B بر q' برابر $-\vec{F}$ می‌شود (جهت نیروی $\vec{F}$ عوض می‌شود).

$$\vec{F}_B=-\vec{F}\quad ②$$



$$\xrightarrow{①,②}\vec{F}_A+(-\vec{F})=\vec{F}\Rightarrow \vec{F}_A=2\vec{F}\quad ③$$

گام سوم نیروی q_A بر q' به سمت راست و نیروی q_B بر q' به سمت چپ و مخالف یکدیگرند. اما چون q' بین دو بار A و B است، q_A همنام q_B می‌باشد، از تقسیم بزرگی طرفین رابطهٔ ② و ③ بر یکدیگر داریم:

$$\frac{|F_A|}{|F_B|}=\frac{2F}{F}=2\xrightarrow[r_B=15cm]{r_A=30cm}\frac{k\frac{q_Aq'}{(30)^2}}{k\frac{q_Bq'}{(15)^2}}=2\Rightarrow\frac{q_A}{q_B}=8$$

۱۳۱۲. (گزینه ۴)

گام اول در این سؤال q' خارج از فاصلهٔ q_1 و q_2 قرار دارد. برای حالت اول می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{F}\quad ①$$

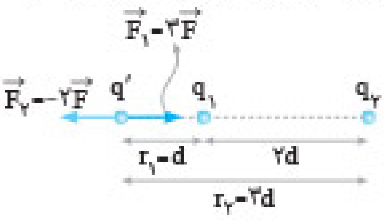
گام دوم در حالت دوم که q_1 خنثی شده، فقط q_2 بر q' نیرو وارد می‌کند:

$$\vec{F}_2=-2\vec{F}\quad ②$$

گام سوم از دو رابطهٔ ① و ② می‌توان بردار $\vec{F}_1$ را برحسب بردار $\vec{F}$ به دست آورد:

$$\vec{F}_1+(-2\vec{F})=\vec{F}\Rightarrow \vec{F}_1=3\vec{F}\quad ③$$

گام چهارم چون q' خارج از فاصلهٔ q_1 و q_2 قرار دارد و نیروهای وارد از طرف بارهای q_1 و q_2 بر بار q' مخالف یکدیگرند، q_1 و q_2 ناهمنام هستند و از تقسیم بزرگی طرفین دو رابطهٔ ② و ③ می‌توانیم نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را به دست آوریم:



$$\xrightarrow{③\div②}\frac{|F_1|}{|F_2|}=\frac{3}{2}\xrightarrow[r_2=3d]{r_1=d}\frac{k\frac{|q_1q'|}{d^2}}{k\frac{|q_2q'|}{(3d)^2}}=\frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{ناهمنام هستند}\ q_2\ \text{و}\ q_1}\frac{q_1}{q_2}=\frac{-1}{6}$$

۱۳۱۳. (گزینه ۲)

گام اول در حالت اول می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2=-2\vec{i}\quad ①$$

گام دوم در حالت دوم چون بار q_1 سه برابر شده و نوع آن نیز مخالف شده است می‌توان دریافت که بار $-3q_1$ جایگزین آن شده، پس نیروی وارد بر q' از طرف این بار برابر $-3\vec{F}_1$ است. از این‌رو در حالت دوم رابطهٔ برداری نیروهای وارد بر q' به صورت مقابل است.

$$-3\vec{F}_1+\vec{F}_2=4\vec{i}\quad ②$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ توان مصرفی در یک مقاومت، داریم:

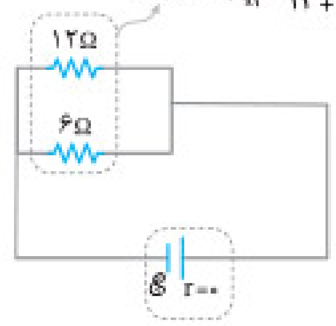
$$P=RI^2 \Rightarrow \frac{P'_1}{P_1}=\left(\frac{I'_1}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P'_1}{P_1}=\left(\frac{\frac{\mathcal{E}}{R}}{\frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}}{R}}\right)^2=\frac{9}{4}$$

۱۹۷۷. (گزینهٔ ۴) چون مقاومت درونی مولد صفر است ($r=0$) اختلاف پتانسیل دو سر مولد، برابر اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها ($V=\mathcal{E}$) و ثابت است.
بنابراین با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ و با توجه به این‌که توان خروجی باتری همان توان مصرفی در مجموعهٔ مقاومت معادل خارجی است، داریم:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{V^2}{R_{eq_2}}}{\frac{V^2}{R_{eq_1}}}=\frac{R_{eq_1}}{R_{eq_2}} \quad ✱$$

اگر کلید در وضعیت (۱) باشد، مقاومت 8Ω از مدار حذف می‌شود. در این حالت داریم:

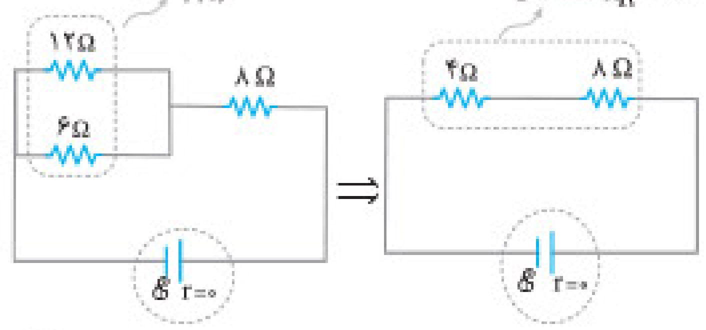
R_{eq_1} موازی $=\frac{12\times 6}{12+6}=4\Omega$



در حالتی که کلید در وضعیت (۲) باشد:

موازی $\frac{12\times6}{12+6}=4\Omega$

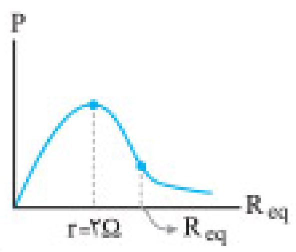
متوالی $R_{eq_2}=4+8=12\Omega$



بنابراین با استفاده از رابطهٔ ✱ داریم:

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_{eq_1}}{R_{eq_2}}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

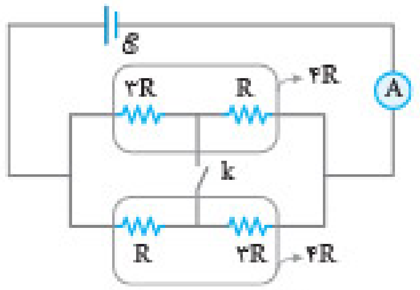
۱۹۷۸. (گزینهٔ ۳) وقتی لغزندهٔ رئوستا از نقطهٔ A به نقطهٔ B برده شود، طولی از سیم رئوستا که در مدار قرار می‌گیرد بیشتر می‌شود؛ بنابراین طبق رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، مقاومت رئوستا و در نتیجه مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.
با افزایش مقاومت معادل مدار، طبق رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان اصلی مدار کاهش می‌یابد و باعث می‌شود بنا به رابطهٔ $V=\mathcal{E}-rI$، ولتاژ دو سر مولد افزایش پیدا کند. همچنین با کاهش I، طبق رابطهٔ $V_2=R_2I$، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 کاهش پیدا می‌کند.
با افزایش ولتاژ دو سر مولد و کاهش ولتاژ دو سر مقاومت R_2، طبق رابطهٔ $V_{\text{مولد}}=V_{R_1}+V_{R_2}$، ولتاژ دو سر مقاومت R_1 افزایش می‌یابد. بنابراین طبق رابطهٔ $P_1=\frac{V_1^2}{R_1}$، چون R_1 ثابت است، توان مصرفی مقاومت R_1 افزایش خواهد یافت.



همچنین با توجه به نمودار $P-R_{eq}$ چون مقاومت 6Ω با مجموع مقاومت‌ها، متوالی است، در نتیجه مقاومت معادل از مقاومت داخلی مولد بزرگ‌تر است. بنابراین با زیاد شدن R_{eq}، توان خروجی مولد کاهش می‌یابد.

۱۹۷۹. (گزینهٔ ۴)

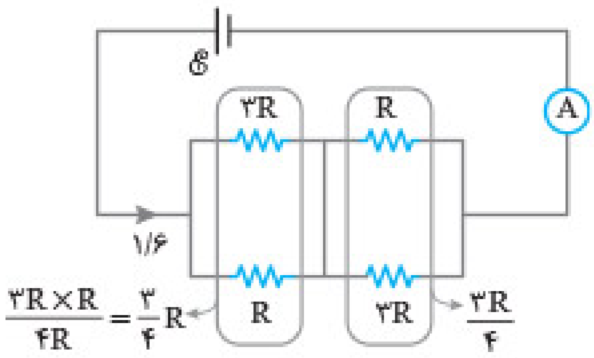
گام اول وقتی کلید k باز است، مطابق شکل مقاومت‌های R و ۳R شاخهٔ بالا و شاخهٔ پایین دوبه‌دو متوالی و مجموع آن‌ها با یکدیگر موازی است. بر این اساس مقاومت معادل مدار و سپس نسبت $\frac{\mathcal{E}}{R}$ را می‌یابیم:



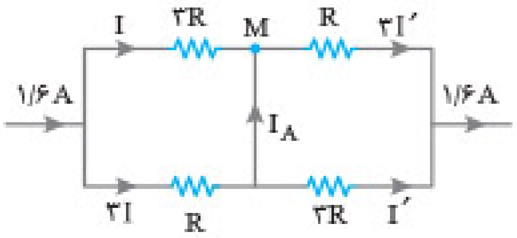
$$R_{eq_1}=\frac{4R\times4R}{8R}=2R$$
$$I_1=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq_1}}\Rightarrow 1/2=\frac{\mathcal{E}}{2R}$$
$$\Rightarrow\frac{\mathcal{E}}{R}=2/4 \quad ✱$$

گام دوم با بستن کلید k مطابق شکل مقاومت R شاخهٔ بالا با ۳R شاخهٔ پایین و مقاومت ۳R شاخهٔ بالا با R شاخهٔ پایین، موازی می‌شود. مقاومت معادل و جریان اصلی مدار را در این حالت به‌دست می‌آوریم:

$$R_{eq_2}=\frac{3}{4}R+\frac{3}{4}R=\frac{3}{2}R$$
$$I_2=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq_2}}=\frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}}{R}\xrightarrow{✱}I_2=\frac{2}{3}\times2/4=1/6A$$



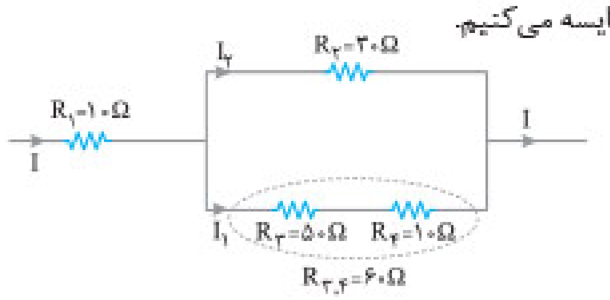
گام سوم با استفاده از قاعدهٔ تقسیم جریان، مقادیر جریان در هر شاخه را محاسبه می‌کنیم:

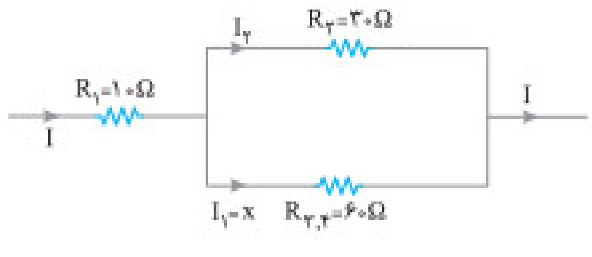


$$1/6=I+3I=4I\Rightarrow I=0/4A$$
$$1/6=3I'+I'=4I'\Rightarrow I'=0/4A$$
$$\text{قانون انشعاب گرهٔ M}: I_A+I=3I'\Rightarrow I_A=1/2-0/4=0/8A$$

۱۹۸۰. (گزینهٔ ۲)

گام اول جریان الکتریکی هر مقاومت را بر حسب x تعیین می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطهٔ $P=RI^2$، توان مصرفی هر مقاومت را به‌دست آورده و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:





جریـان گذرنده از مقاومت معادل ۶۰Ω در شـاخهٔ پاییـن را x می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_{۳,۴}}\Rightarrow\frac{x}{I_۲}=\frac{۳۰}{۶۰}\Rightarrow I_۲=۲x$$

حال با استفاده از قاعدهٔ انشعاب، جریان مقاومت $R_۱=۱۰\Omega$ به‌دست می‌آید:

$$I=I_۱+I_۲=x+۲x\Rightarrow I=۳x$$

گام دوم توان هر یک از مقاومت‌ها برابر است با:

$$\begin{cases}P_۱=R_۱I^۲\xrightarrow[I=۳x]{R_۱=۱۰\Omega}P_۱=۱۰\times۹x^۲\Rightarrow P_۱=۹۰x^۲\\ P_۲=R_۲I_۲^۲\xrightarrow[I_۲=۲x]{R_۲=۳۰\Omega}P_۲=۳۰\times۴x^۲\Rightarrow P_۲=۱۲۰x^۲\\ P_۳=R_۳I_۱^۲\xrightarrow[I_۱=x]{R_۳=۵۰\Omega}P_۳=۵۰x^۲\\ P_۴=R_۴I_۱^۲\xrightarrow[I_۱=x]{R_۴=۱۰\Omega}P_۴=۱۰x^۲\end{cases}$$

بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_۲$ بیشتر از سایر مقاومت‌ها است.

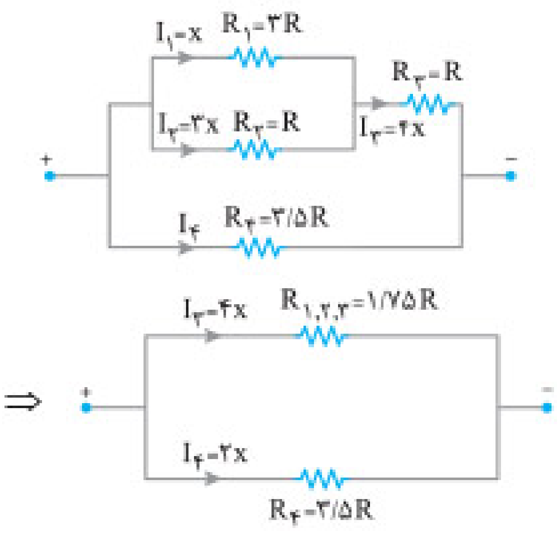
۱۹۸۱. (گزینه ۳)

گام اول جریان الکتریکی هر مقاومت را بر حسب x به دست می‌آوریم و سـپس با اسـتفاده از رابطهٔ $P=RI^۲$ توان آن‌ها را تعییـن نموده و با هم مقایسه می‌کنیم.

اگـر جریـان $I_۱=x$ فـرض شـود، جریان $I_۲=۳x$ بـه دسـت می‌آید $(R_۲=\frac{۱}{۳}R_۱)$ و جریان $I_۳=x+۳x=۴x$ خواهد شد.

با توجه به شکل، برای محاسبهٔ جریان $I_۴$، مقاومت معادل شاخهٔ بالا را به دست آورده و سپس جریان $I_۴$ را حساب می‌کنیم:

$$R_{۱,۲,۳}=\frac{۳R\times R}{۳R+R}+R=\frac{۳R}{۴}+R=\frac{۷}{۴}R$$
$$\Rightarrow R_{۱,۲,۳}=۱/۷۵R$$



چون $R_{۱,۲,۳}$ با $R_۴$ موازی‌اند، داریم:

$$\frac{I_۳}{I_۴}=\frac{R_۴}{R_{۱,۲,۳}}\Rightarrow\frac{۴x}{I_۴}=\frac{۳/۵R}{۱/۷۵R}\Rightarrow I_۴=۲x$$

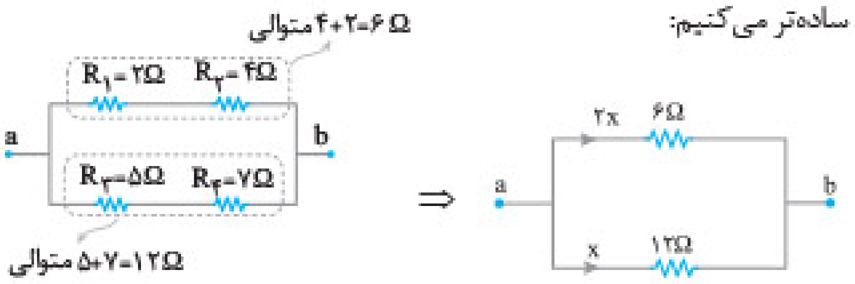
گام دوم توان مصرفی مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}P_۱=R_۱I_۱^۲=۳R\times x^۲=۳Rx^۲\\ P_۲=R_۲I_۲^۲=R(۳x)^۲=۹Rx^۲\\ P_۳=R_۳I_۳^۲=R(۴x)^۲=۱۶Rx^۲\\ P_۴=R_۴I_۴^۲=۳/۵R(۲x)^۲=۱۴Rx^۲\end{cases}$$

مقاومت $R_۳$ توان بیشتری مصرف می‌کند؛ در نتیجه از بقیهٔ مقاومت‌ها بیشتر گرم می‌شود.

۱۹۸۲. (گزینه ۳)

گام اول ابتدا مقاومت معادل شـاخهٔ بالا و پایین را به‌دست آورده و مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



گام دوم اگر جریان گذرنده از مقاومت ۱۲Ω در شـاخهٔ پایین را x بگیریم، چون دو مقاومت ۶Ω و ۱۲Ω با هم موازی‌اند، داریم:

$$\frac{I_{۶\Omega}}{I_{۱۲\Omega}}=\frac{۱۲}{۶}\Rightarrow\frac{I_{۶\Omega}}{x}=۲\Rightarrow I_{۶\Omega}=۲x$$

گام سوم حالا توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را با اسـتفاده از $P=RI^۲$ حساب می‌کنیم:

$$P_{R_۱}=R_۱I_۱^۲=۲\times(۲x)^۲=۸x^۲\ ,\ P_{R_۲}=R_۲I_۲^۲=۴\times(۲x)^۲=۱۶x^۲$$
$$P_{R_۳}=R_۳I_۳^۲=۵\times(x)^۲=۵x^۲\ ,\ P_{R_۴}=R_۴I_۴^۲=۷\times(x)^۲=۷x^۲$$

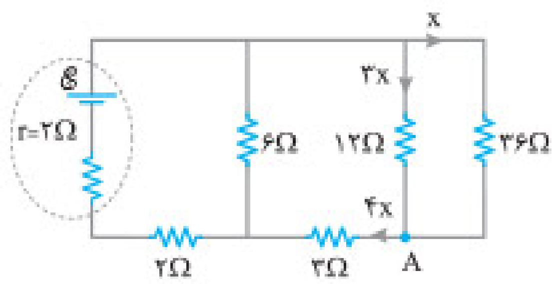
با توجه به این‌که مقاومت $R_۲$ بیشترین توان را مصرف می‌کند، حداکثر توان را به آن اختصاص می‌دهیم و $x^۲$ را حساب می‌کنیم:

$$۱۶x^۲=۱۶\Rightarrow x^۲=۱\Rightarrow x=۱$$

گام چهارم در نهایت $P_{کل}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow P_{کل}=۸x^۲+۱۶x^۲+۵x^۲+۷x^۲=۳۶x^۲\xrightarrow{x=۱}P_{کل}=۳۶W$$

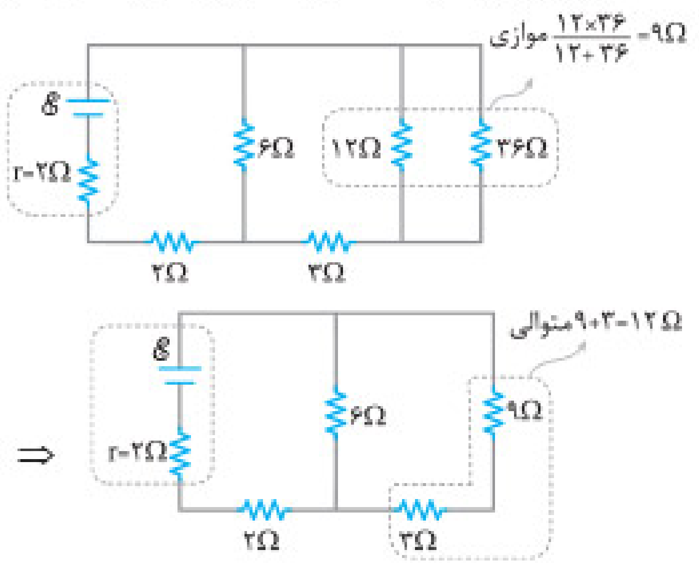
۱۹۸۳. (گزینه ۴) برای این‌که بفهمیم کدام مقاومت بیشـترین توان را مصرف می‌کند، باید جریان گذرنده از تک‌تک مقاومت‌های مدار را به‌دست بیاوریم. برای این‌کار جریان مقاومت ۳۶Ω را برابر x در نظر گرفته و جریان بقیهٔ مقاومت‌ها را براساس آن تعیین می‌کنیم.



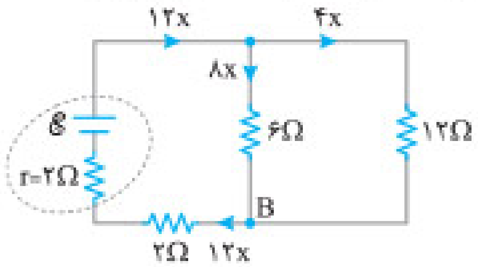
$$\frac{I_{۳۶\Omega}}{I_{۱۲\Omega}}=\frac{۱۲}{۳۶}\xrightarrow{I_{۳۶\Omega}=x}\frac{x}{I_{۱۲\Omega}}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow I_{۱۲\Omega}=۳x$$

قاعدهٔ انشعاب در گرهٔ A: $I_{۳\Omega}=I_{۳۶\Omega}+I_{۱۲\Omega}=x+۳x=۴x$

برای به‌دست آوردن جریان مقاومت ۶Ω باید مدار را کمی ساده‌تر کنیم:



دقـت کنید که جریان $4x$ گذرنده از مقاومت 3Ω در مدار اولیه، همان جریان گذرنده از مقاومت معادل مقاومت‌های 36Ω، 12Ω و 3Ω است. حالا با توجه به موازی بودن مقاومت‌های 12Ω و 6Ω می‌توان نوشت:



$$\frac{I_{6\Omega}}{I_{12\Omega}} = \frac{12}{6} \xrightarrow{I_{12\Omega}=4x} \frac{I_{6\Omega}}{4x} = 2 \Rightarrow I_{6\Omega} = 8x$$

قاعدهٔ انشعاب در گرهٔ B: $I_{2\Omega} = I_{12\Omega} + I_{6\Omega} = 4x + 8x = 12x$

حالا می‌توان توان مصرفی مقاومت‌ها را محاسبه و با یکدیگر مقایسه کرد:

$$\begin{cases} P_{2\Omega} = RI_{2\Omega}^2 = 2\times(12x)^2 = 288x^2 \\ P_{6\Omega} = RI_{6\Omega}^2 = 6\times(8x)^2 = 384x^2 \\ P_{3\Omega} = RI_{3\Omega}^2 = 3\times(4x)^2 = 48x^2 \\ P_{12\Omega} = RI_{12\Omega}^2 = 12\times(3x)^2 = 108x^2 \\ P_{36\Omega} = RI_{36\Omega}^2 = 36\times(x)^2 = 36x^2 \end{cases}$$

با توجه به این‌که مقاومت 6Ω بیشترین توان را مصرف کرده است، طبق صورت تست، ولتاژ دو سر آن برابر با $12V$ است:

$$I_{6\Omega} = \frac{V}{R} = \frac{12}{6} = 2A \xrightarrow{I_{6\Omega}=8x} 8x = 2 \Rightarrow x = 0/25$$

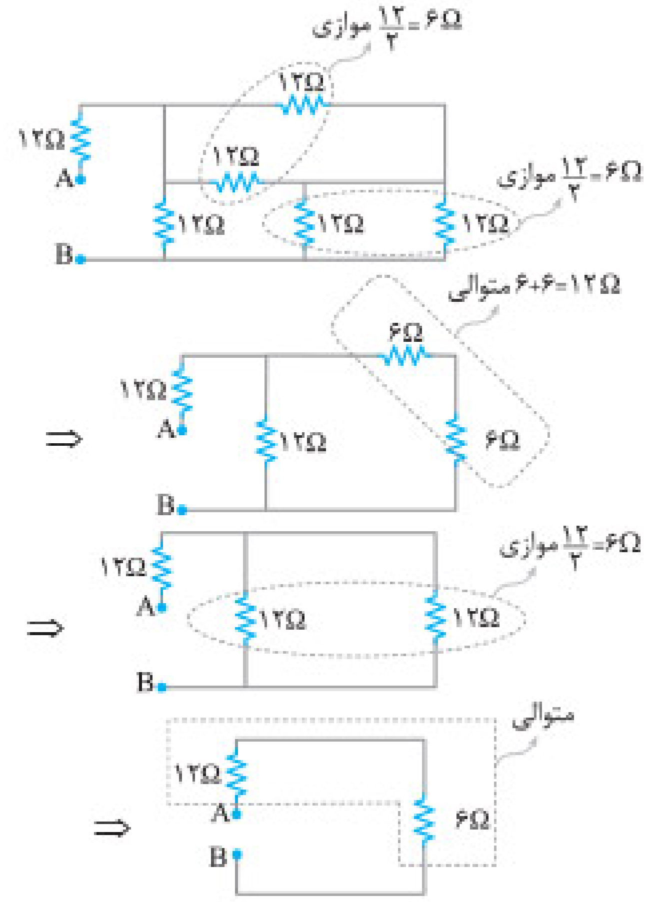
بنابراین جریان شاخهٔ اصلی مدار (جریان گذرنده از مقاومت 2Ω) برابر $I = 12x = 3A$ است. حالا کافی است مقاومت معادل مدار را براساس آخرین مدار ساده شده به‌دست آورده و از رابطهٔ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$ استفاده کنیم:

$$R_{eq} = \frac{12\times 6}{12+6} + 2 = 6\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} \Rightarrow 3 = \frac{\mathcal{E}}{6+2} \Rightarrow \mathcal{E} = 24V$$

۱۹۸۴. گزینه ۳

با شناسایی مقاومت‌های موازی و متوالی، مرحله به مرحله مدار را ساده می‌کنیم:



در نتیجه $R_{eq} = 12 + 6 = 18\Omega$ است.

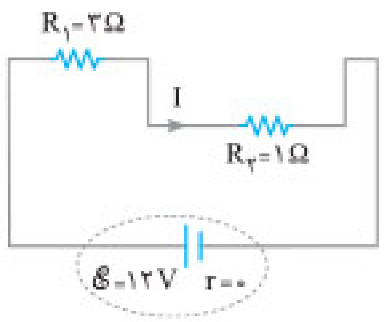
۱۹۸۵. گزینه ۲

بررسی همهٔ گزینه‌ها گزینهٔ «۲» درست است. زیرا با حذف آمپرسنج، یک مقاومت که به‌صورت متوالی در مدار بسته شده، حذف می‌شود. در نتیجه مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و طبق رابطهٔ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان الکتریکی مدار افزایش خواهد یافت. بنابراین طبق رابطهٔ $V = RI$ و با توجه به ثابت بودن مقدار R، ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

گزینهٔ «۱» نادرست است. زیرا با حذف ولت‌سنج یک مقاومت موازی از مدار حذف می‌شود؛ بنابراین مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد و طبق رابطهٔ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان الکتریکی اصلی مدار که آمپرسنج نشان می‌دهد، کاهش خواهد یافت.

گزینهٔ «۳» نادرست است. زیرا مطابق با توضیح گزینهٔ «۲» ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد. گزینهٔ «۴» نادرست است. چون مقاومت ولت‌سنج خیلی زیاد است. وقتی به جای آمپرسنج در مدار قرار گیرد، مقاومت معادل مدار خیلی زیاد می‌شود. در نتیجه طبق رابطهٔ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان مدار بسیار کم می‌شود. بنابراین جریان کمتری از آمپرسنج عبور می‌کند و آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد.

۱۹۸۶. گزینه ۳ اگر $R_3 = 0$ باشد، این مقاومت مانند یک سیم بدون مقاومت در دو سر مقاومت R_2 قرار می‌گیرد و دو سر مقاومت R_2 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. بنابراین جریان عبوری از آن صفر است. در حالتی که $R_3 = \infty$ باشد، این مقاومت مانند یک کلید باز عمل کرده و اجازهٔ عبور جریان از شاخهٔ خودش را نمی‌دهد. بنابراین مدار به شکل مقابل درمی‌آید:

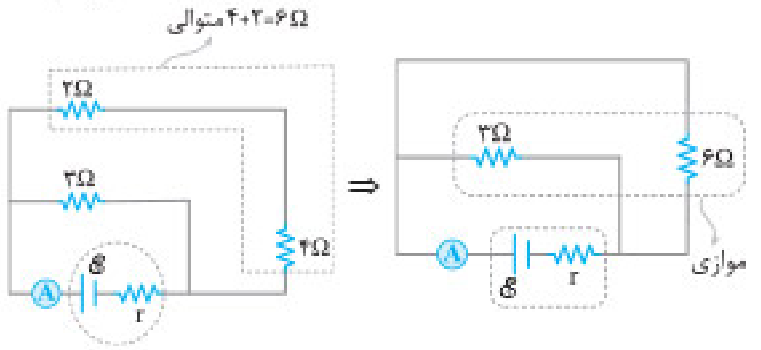


$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} = \frac{12}{3+1+0} = 3A$$

۱۹۸۷. گزینه ۱

گام اول وقتی کلید به نقطهٔ A وصل باشد، مقاومت‌های 2Ω و 4Ω با هم متوالی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت 3Ω موازی است. در این حالت مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = \frac{6\times 3}{6+3} = 2\Omega$$



گام دوم در حالتی که کلید به B وصل می‌شود، دو سر مقاومت 4Ω هم‌پتانسیل شده (اتصال کوتاه رخ می‌دهد) و در نتیجه جریان از آن عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود. همچنین مقاومت 3Ω هم از مدار خارج می‌شود، زیرا از آن جریان عبور نمی‌کند؛ بنابراین در این حالت مقاومت معادل مدار برابر $R'_{eq} = 2\Omega$ است.

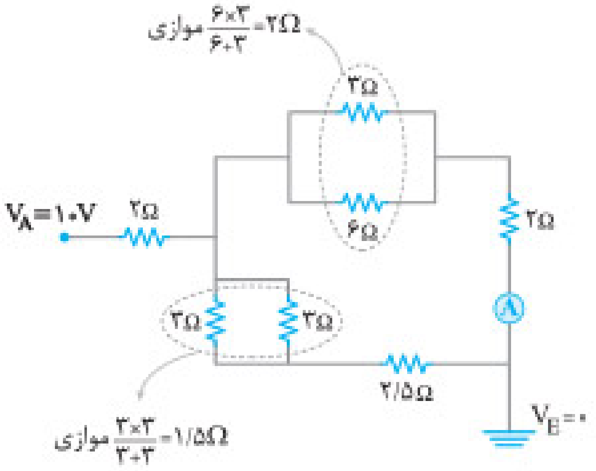
گام سوم با توجه به این‌که آمپرسنج جریان شاخهٔ اصلی مدار را نشان می‌دهد، با استفاده از رابطهٔ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$ نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ را به‌دست می‌آوریم:

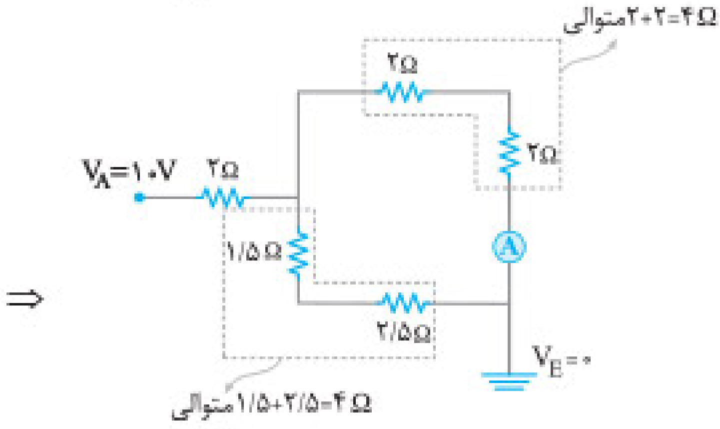
$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}}{\frac{\mathcal{E}}{R'_{eq}+r}} = \frac{R'_{eq}+r}{R_{eq}+r} \xrightarrow{R'_{eq}=R_{eq}=2\Omega} \frac{I_A}{I_B} = \frac{2+r}{2+r} = 1$$

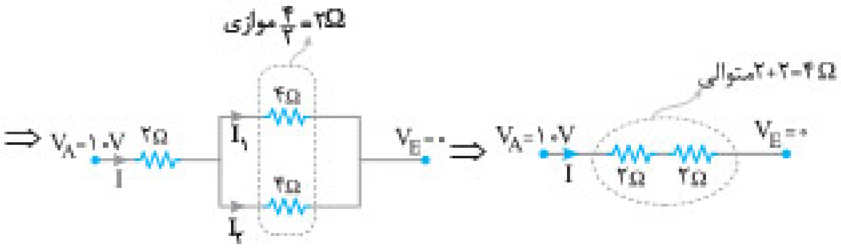
تذکر: مقاومت معادل مدار در دو حالت یکسان است. بنابراین در انتهای گام دوم: با توجه به این‌که آمپرسنج جریان شاخهٔ اصلی مدار را نشان می‌دهد، می‌توانستیم نتیجه بگیریم که عددی که آمپرسنج در دو حالت نشان می‌دهد یکسان است و $\frac{I_A}{I_B} = 1$ است.

۱۹۸۸. گزینه ۳

گام اول با محاسبهٔ مقاومت معادل‌ها، مدار را ساده‌تر می‌کنیم:







گام دوم برای به‌دست آوردن جریان I، از نقطه‌ای با پتانسیل بیشتر (A) به نقطه‌ای با پتانسیل کمتر حرکت می‌کنیم. (جهت جریان از پتانسیل بیشتر به کمتر است):

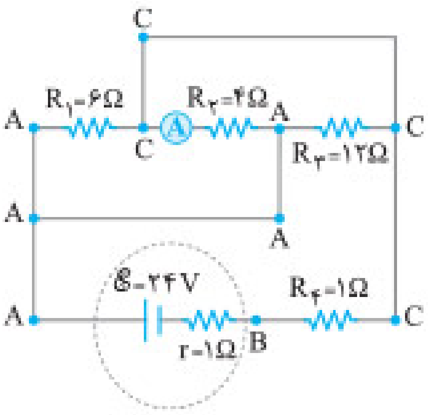
$$V_A - 4I = V_E \xrightarrow[V_E=0V]{V_A=10V} I = \frac{10}{4} = 2/5A$$

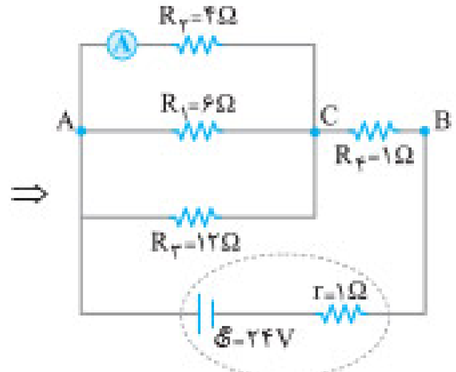
گام سوم دو شاخهٔ موازی دارای مقاومت‌های یکسان هستند. بنابراین از شاخه‌ها، جریان‌های یکسانی عبور می‌کند و جریان به‌صورت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{2}I = 1/25A$$

۱۹۸۹. گزینه ۴

گام اول با شناسایی و نام‌گذاری گره‌ها مدار را به‌صورت ساده‌تر رسم می‌کنیم:





گام دوم مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم. مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 با هم موازی و مقاومت معادلشان با R_4 متوالی است. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \Rightarrow R_{1,2,3} = 2\Omega$$

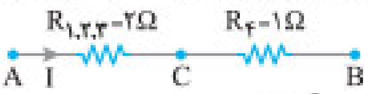
$$R_{eq} = R_{1,2,3} + R_4 = 2 + 1 = 3\Omega$$

با محاسبهٔ جریان اصلی مدار، اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و C را حساب می‌کنیم و در آخر جریان I_2 که آمپرسنج نشان می‌دهد را به‌دست می‌آوریم.

گام سوم جریان شاخهٔ اصلی را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=3\Omega]{\mathcal{E}=24V,\ r=1\Omega} I = \frac{24}{3+1} = 6A$$

گام چهارم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_{1,2,3}$ یعنی V_{AC} را حساب می‌کنیم:

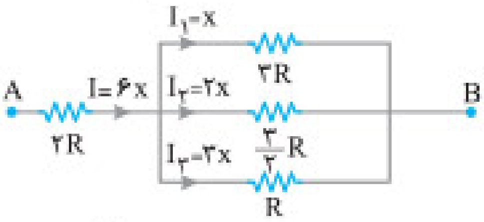


$$V_{AC} = R_{1,2,3}I = 2\times6 = 12V$$

گام پنجم جریان مقاومت R_2 را به دست می‌آوریم:

$$I_2 = \frac{V_{AC}}{R_2} = \frac{12}{4} \Rightarrow I_2 = 3A$$

۱۹۹۰. گزینه ۲



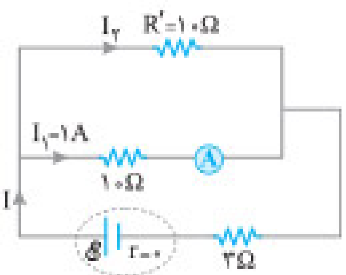
گام اول جریان الکتریکی هر مقاومت را برحسب x تعیین می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطهٔ $P = RI^2$، نسبت توان مصرفی دو مقاومت را به‌دست می‌آوریم. چون مقاومت‌های R، $\frac{3}{2}R$ و 3R موازی‌اند، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها با هم برابر است؛ بنابراین اگر جریان مقاومت 3R را $I_1 = x$ فرض کنیم، جریان مقاومت $\frac{3}{2}R$ برابر $I_2 = 2x$ و جریان مقاومت R برابر $I_3 = 3x$ و جریان مقاومت 2R که برابر مجموع جریان‌های I_1، I_2 و I_3 است، برابر $I = 6x$ به دست می‌آید:

گام دوم نسبت توان مصرفی دو مقاومت برابر است با:

$$\frac{P_{2R}}{P_{3R}} = \frac{2R}{3R}\times\left(\frac{I}{I_1}\right)^2 \xrightarrow[I_1=x]{I=6x} \frac{P_{2R}}{P_{3R}} = \frac{2}{3}\times\left(\frac{6x}{x}\right)^2 = \frac{2}{3}\times36$$

$$\Rightarrow \frac{P_{2R}}{P_{3R}} = 24$$

۱۹۹۱. گزینه ۳



گام اول ابتدا مقاومت معادل شاخهٔ بالا را به‌دست می‌آوریم و شکل جدید مدار را رسم می‌کنیم. چون مقاومت‌های 6Ω و 12Ω با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت 6Ω متوالی است، داریم:

$$R' = 6 + \frac{6\times12}{6+12} = 10\Omega$$

گام دوم جریان شاخهٔ اصلی را حساب می‌کنیم. چون مقاومت‌های ۱۰ اهمی با هم موازی‌اند، با استفاده از قاعدهٔ تقسیم جریان، جریان شاخهٔ اصلی را حساب می‌کنیم:

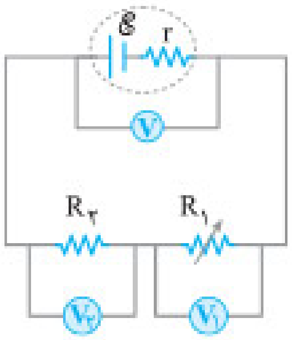
$$I_1 = \frac{10}{10+10}\times I \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}I \Rightarrow I = 2A$$

گام سوم با محاسبهٔ مقاومت معادل مدار، به‌صورت زیر نیروی محرکهٔ مولد را حساب می‌کنیم. چون مقاومت‌های ۱۰ اهمی با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۳Ω متوالی است، می‌توان نوشت:

$$R_{eq}=۳+\frac{۱۰\times۱۰}{۱۰+۱۰}=۸\,\Omega$$

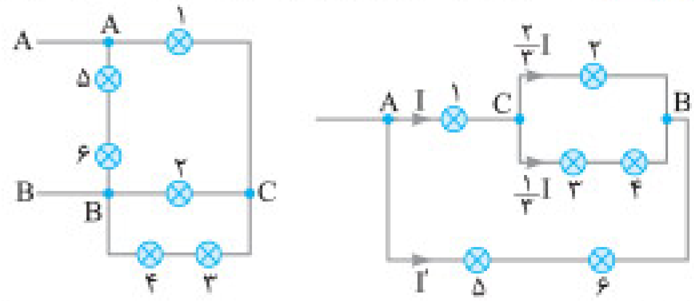
$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}\xrightarrow{r=۰\ ,\ I=۲A}۲=\frac{\mathcal{E}}{۸+۰}\Rightarrow\mathcal{E}=۱۶V$$

۱۹۹۲. گزینه ۱ با کاهش مقاومت $R_۱$، مقاومت معادل مدار نیز کاهش می‌یابد، در نتیجه بنا به رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان الکتریکی اصلی مدار افزایش یافته و طبق رابطهٔ $V=\mathcal{E}-rI$، ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد و مقدار V کم می‌شود.



با افزایش I و ثابت بودن $R_۲$، بنا به رابطهٔ $V_۲=R_۲I$، $V_۲$ افزایش خواهد یافت. از طرف دیگر، چون $V=V_۱+V_۲$ است، با کاهش V و افزایش $V_۲$، مقدار $V_۱$ کاهش می‌یابد.

۱۹۹۳. گزینه ۱ ابتدا گره‌ها را نام‌گذاری کرده و مدار را کمی ساده‌تر رسم می‌کنیم:



گام اول باید لامپی را پیدا کنیم که بیشترین جریان از آن عبور می‌کند. اگر جریان عبوری از لامپ (۱) را برابر I در نظر بگیریم، طبق قانون تقسیم جریان، جریان به نسبت عکس بین شاخه‌های لامپ (۲) و لامپ‌های (۳) و (۴) تقسیم می‌شود. (دقت کنید چون دو لامپ (۳) و (۴) به‌طور متوالی به‌هم بسته شده‌اند، مقاومت آن‌ها با هم جمع شده و دو برابر مقاومت لامپ (۲) خواهد شد.)

$$I_۲=\frac{۲R}{R+۲R}\times I=\frac{۲}{۳}I$$

$$I_{۳,۴}=\frac{R}{۲R+R}\times I=\frac{۱}{۳}I$$

گام دوم جریان گذرنده از لامپ‌های (۵) و (۶) را I' می‌نامیم. همان‌طور که می‌دانیم، مقاومت معادل ترکیب موازی چند مقاومت از هر کدام از آن‌ها کوچک‌تر است: بنابراین مقاومت معادل لامپ‌های (۳) و (۴) و (۲) از مقاومت هر یک از لامپ‌ها کوچک‌تر بوده و ترکیب متوالی آن با لامپ (۱) از ترکیب متوالی لامپ‌های (۵) و (۶) کوچک‌تر خواهد بود: پس جریان $I>I'$ خواهد شد و مقاومت (۱) زودتر آسیب خواهد دید.

۱۹۹۴. گزینه ۱

گام اول در معادلهٔ بار الکتریکی به ازای $t=۲h$ و $q=۴۳Ah$، رابطهٔ بین a و b را به‌دست می‌آوریم:

$$q=-at^۲+bt+۵\xrightarrow[q=۴۳Ah]{t=۲h}۴۳=-۴a+۲b+۵$$

$$\Rightarrow -۲a+b=۱۹ \quad ۱$$

گام دوم به‌ازای $t_۱=۰h$، $t_۲=۵h$ و $I=۱۶A$، رابطهٔ دیگری بین a و b به‌دست می‌آوریم:

$$q=-at^۲+bt+۵\Rightarrow\begin{cases}t_۱=۰h\Rightarrow q_۱=۵\\ t_۲=۵h\Rightarrow q_۲=-۲۵a+۵b+۵\end{cases}$$

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow I=\frac{q_۲-q_۱}{t_۲-t_۱}\xrightarrow{I=۱۶A}۱۶=\frac{-۲۵a+۵b+۵-۵}{۵-۰}$$

$$\Rightarrow -۲۵a+۵b=۵\times۱۶\Rightarrow -۵a+b=۱۶ \quad ۲$$

گام سوم با استفاده از رابطه‌های ۱ و ۲، مقدارهای a و b را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}-۲a+b=۱۹\\ -۵a+b=۱۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۲a+b=۱۹\\ ۵a-b=-۱۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۱\\ b=۲۱\end{cases}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{۱}{۲۱}$$

۱۹۹۵. گزینه ۳

گام اول بنا به رابطهٔ $I=\frac{V}{R}$، چون جریان با مقاومت نسبت عکس دارد، برای بیشترین جریان الکتریکی باید مقاومت الکتریکی کمترین مقدار را داشته باشد. از طرف دیگر، طبق رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، در صورتی رسانا کمترین مقاومت را دارد که طول آن کمترین مقدار و سطح مقطع آن بزرگ‌ترین مقدار را داشته باشد: بنابراین با توجه به ابعاد مکعب مستطیل، اگر $L_{min}=۳cm$ و $A_{max}=۵cm\times۴cm$ باشد، مقاومت آن کمترین مقدار را دارد.

$$R_{min}=\rho\frac{L_{min}}{A_{max}}\xrightarrow[L_{min}=۳\times۱۰^{-۲}m\ ,\ \rho=۲/۲\times۱۰^{-۷}\Omega.m]{A_{max}=۵\times۱۰^{-۲}\times۴\times۱۰^{-۲}=۲۰\times۱۰^{-۴}m^۲}$$

$$R_{min}=۲/۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۳\times۱۰^{-۲}}{۲۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow R_{min}=۳/۳\times۱۰^{-۶}\Omega$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $V=RI$، جریان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

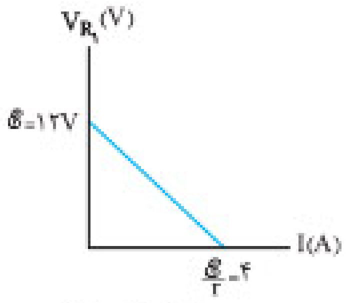
$$I_{max}=\frac{V}{R_{min}}\xrightarrow[R_{min}=۳/۳\times۱۰^{-۶}\Omega]{V=۳/۳\times۱۰^{-۴}V}I_{max}=\frac{۳/۳\times۱۰^{-۴}}{۳/۳\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow I_{max}=۱۰۰A$$

۱۹۹۶. گزینه ۳ مقاومت نوری (LDR) نوعی مقاومت الکتریکی است که مقاومت آن به نور تابیده شده بر آن بستگی دارد، به‌طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود.

در این مدار که در یک محیط معمولی قرار دارد، در ابتدا مقاومت LDR مقدار زیادی دارد. با بستن کلید K، جریان کمی در مدار برقرار شده و باعث روشن شدن دیود نوری (LED) می‌شود. همین امر باعث روشن شدن محیط و کاهش مقاومت LDR می‌شود که سبب افزایش جریان و روشن شدن بیشتر LED می‌شود. این اتفاق تا یک جریان حدی که مقاومت LDR دارای کمترین میزان مقاومت خود است، ادامه خواهد داشت.

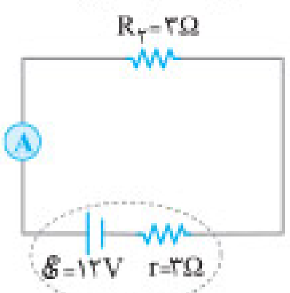
۱۹۹۷. گزینه ۲



گام اول با توجه به نمودار $V_{R_۱}-I$ نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری را حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow\begin{cases}\mathcal{E}=۱۲V\\ \frac{\mathcal{E}}{r}=۴\xrightarrow{\mathcal{E}=۱۲V}\frac{۱۲}{r}=۴\Rightarrow r=۳\Omega\end{cases}$$

گام دوم نمودار $V_{R_۲}-I$ مربوط به یک مقاومت اهمی است و داریم:



$$R_۲=\frac{V}{I}=\frac{۱۲}{۴}=۳\Omega$$

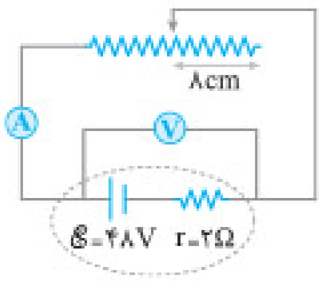
در مدار (۳) مقاومت $R_۲$ را به باتری مدار شکل (۱) وصل کرده‌ایم. بنابراین داریم:

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_۲+r}=\frac{۱۲}{۳+۳}=۲A$$

۱۹۹۸. گزینه ۴

گام اول در حالت اول که حداکثر طول رئوستا در مدار قرار دارد، رئوستا حداکثر مقاومت را خواهد داشت. در این حالت مقاومت رئوستا را $R_۱$ می‌نامیم و با استفاده از رابطهٔ $I_۱=\frac{\mathcal{E}}{R_۱+r}$ اندازهٔ مقاومت $R_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$I_۱=\frac{\mathcal{E}_۱}{R_۱+r}\xrightarrow[\mathcal{E}=۴۸V]{I_۱=۴A\ ,\ r=۲\Omega}۴=\frac{۴۸}{R_۱+۲}\Rightarrow R_۱=۱۰\Omega$$



گام دوم همان‌طور که در شکل می‌بینیم، در حالت دوم ۸cm از طول رئوستا در مدار قرار ندارد؛ بنابراین در این حالت طولی از سیم رئوستا که در مدار قرار دارد برابر $L_2 = 20 - 8 = 12cm$ است و از آنجایی که مقاومت با طول متناسب است، داریم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow{\rho \text{ و } A \text{ ثابتاند}} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\xrightarrow[R_1=10\Omega]{L_1=20cm,\ L_2=12cm} \frac{R_2}{10} = \frac{12}{20} \Rightarrow R_2 = 6\Omega$$

گام سوم حالا با استفاده از رابطهٔ $I = \frac{\mathscr{E}}{R+r}$ جریان الکتریکی مدار را حساب کرده و در نهایت عدد ولت‌سنج که اختلاف پتانسیل دو سر باتری است را محاسبه می‌کنیم:

$$I_2 = \frac{\mathscr{E}}{R_2 + r} = \frac{48}{6+2} = 6A$$

$$\text{عدد ولت سنج}: V = \mathscr{E} - rI_2 = 48 - 2(6) = 36V$$

۱۹۹۹. (گزینه ۴)

گام اول توان مصرفی مقاومت 5Ω را در هر دو حالت محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = P = RI_1^2 = 5\times(\frac{\mathscr{E}}{5+1+R})^2 = 5\times(\frac{4}{6+R})^2 \quad (1)$$

$$P_2 = P = RI_2^2 = 5\times(\frac{\mathscr{E}-2}{5+1+R-6})^2 = 5\times(\frac{2}{R})^2 \quad (2)$$

گام دوم با برابر قرار دادن رابطهٔ (۱) و (۲) مقدار اولیهٔ رئوستا را به دست می‌آوریم:

$$5(\frac{16}{(6+R)^2}) = 5(\frac{4}{(R)^2}) \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 4(R)^2 = (R+6)^2$$

$$\Rightarrow 4R^2 = R^2 + 12R + 36 \Rightarrow 3R^2 - 12R - 36 = 0$$

$$\Rightarrow 3(R-6)(R+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = -2\Omega \text{ غ ق ق} \\ R = 6\,\Omega \text{ ق ق} \end{cases}$$

۲۰۰۰. (گزینه ۲) با توجه به رابطهٔ داده شده در صورت سؤال (نسبت توان‌های مصرفی)، داریم:

$$\frac{P'}{P} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{P_{max}}{\underbrace{R(\frac{\mathscr{E}}{R+r})^2}_{RI^2}} = \frac{4}{3}$$

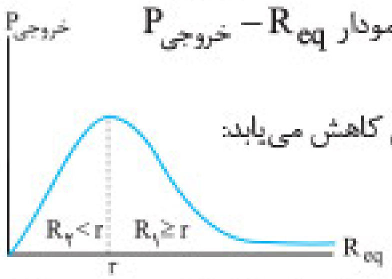
باید توجه داشت که توان مصرفی مقاومت متغیر زمانی بیشینه می‌شود که $R = r$ باشد؛ بنابراین:

$$\frac{R'(\frac{\mathscr{E}}{R'+r})^2}{R(\frac{\mathscr{E}}{R+r})^2} = \frac{4}{3} \xrightarrow[R-6=r\Rightarrow R=r+6]{R'=r} \frac{r(\frac{\mathscr{E}}{2r})^2}{(r+6)(\frac{\mathscr{E}}{2r+6})^2} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4r}}{\frac{(r+6)}{(2r+6)^2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4r^2 + 24r - 108 = 0 \Rightarrow 4(r-3)(r+9) = 0$$

$$\begin{cases} r = 3\,\Omega \text{ ق ق} \\ r = -9\,\Omega \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۲۰۰۱. (گزینه ۱) برای حل این سؤال از نمودار $P_{\text{خروجی}} - R_{eq}$ مطابق شکل استفاده می‌کنیم:



(۱) با افزایش مقاومت R_1، توان مصرفی آن کاهش می‌یابد: بنابراین در این حالت باید در محدودهٔ سمت راست نمودار باشیم تا با افزایش مقاومت R_1، توان مصرفی آن (توان خروجی باتری) کاهش یابد. دقت کنید در این حالت $R_1 \geq r$ است (یعنی $R_1 = r$ نیز می‌تواند باشد؛ چون گفته شده با افزایش آن، توان مصرفی کاهش می‌یابد، پس به ازای $R_1 = r$ نیز این شرط رعایت می‌شود).

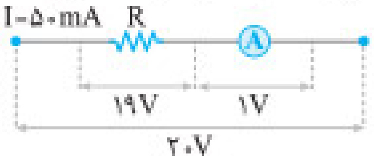
(۲) با افزایش R_2، توان مصرفی افزایش می‌یابد: در این حالت در محدودهٔ سمت چپ نمودار هستیم که با افزایش R_2، توان مصرفی آن (توان خروجی باتری) افزایش می‌یابد $(R_2 < r)$.

۲۰۰۲. (گزینه ۲)

گام اول بیشترین اختلاف پتانسیلی که آمپرسنج می‌تواند تحمل کند را به‌دست می‌آوریم:

$$V = RI \xrightarrow[I=50\times10^{-3}A]{R=20\Omega} V = 20\times50\times10^{-3} = 1V$$

گام دوم برای آن که آمپرسنج به ولت‌سنج تبدیل شود، باید مقاومتی را به طور متوالی با آن ببندیم. از طرف دیگر، اندازهٔ این مقاومت باید طوری باشد که وقتی جریان $I = 50mA$ از آن عبور می‌کند، از $20V$ اختلاف پتانسیلی که می‌خواهیم اندازه بگیریم، اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج $1V$ و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $20 - 1 = 19V$ شود؛ بنابراین داریم:



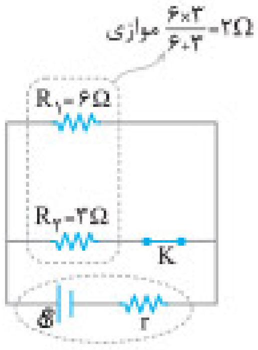
$$V = RI \Rightarrow 19 = R\times50\times10^{-3} \Rightarrow R = 380\Omega$$

تذکر: با توجه به این‌که حداکثر ولتاژ قابل تحمل آمپرسنج $1V$ به‌دست آمد، می‌توانستیم مستقیماً از رابطهٔ تقسیم ولتاژ نیز به شکل زیر استفاده کنیم:

$$V_{\text{آمپرسنج}} = \frac{R_{\text{آمپرسنج}}}{R_{\text{آمپرسنج}} + R}V_{\text{کل}} \Rightarrow 1 = \frac{20}{20+R}\times20$$

$$\Rightarrow 20 + R = 400 \Rightarrow R = 380\Omega$$

۲۰۰۳. (گزینه ۳)



گام اول چون با بستن کلید K، توان خروجی مولد بیشینه می‌گردد، در این حالت $R_{eq} = r$ است؛ بنابراین با محاسبهٔ مقاومت معادل، مقاومت درونی را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = 2\Omega \xrightarrow{r=R_{eq}} r = 2\Omega$$

گام دوم وقتی کلید K باز باشد، فقط مقاومت $R_1 = 6\Omega$ در مدار است. در این حالت با استفاده از رابطهٔ $P = RI^2$، جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$P = R_1I^2 \xrightarrow[R_1=6\Omega]{P_1=54W} 54 = 6I^2 \Rightarrow I^2 = 9 \Rightarrow I = 3A$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $I = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + r}$، نیروی محرکهٔ مولد را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + r} \xrightarrow[r=2\Omega]{I=3A,\ R_1=6\Omega} 3 = \frac{\mathscr{E}}{6+2} \Rightarrow \mathscr{E} = 24V$$

۲۰۰۴. (گزینه ۲)

گام اول می‌دانیم با بستن هر کلید، یک مقاومت الکتریکی به صورت موازی به مدار اضافه می‌شود و باعث می‌شود مقاومت معادل مدار کاهش یابد. با کاهش مقاومت معادل مدار، بنا به رابطهٔ $I = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq} + r}$، جریان الکتریکی کل مدار افزایش می‌یابد و بنا به رابطهٔ $V = \mathscr{E} - rI$، با افزایش جریان کل مدار، چون $\mathscr{E}$ و r ثابت‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.

گام دوم با افزایش I، بنا به رابطهٔ $P = \mathscr{E}I$، **توان تولیدی** مولد **افزایش** می‌یابد و با کاهش V، بنا به رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$، چون R هر مقاومت ثابت است، **توان مصرفی** آن مقاومت **کاهش** خواهد یافت.

۲۰۰۵. (گزینه ۲)

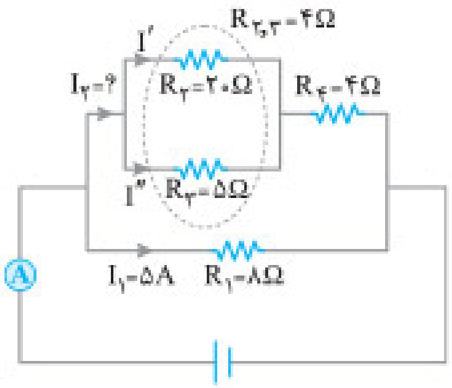
گام اول چون مقاومت‌ها با هم موازی‌اند، مقاومت معادل آن‌ها را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

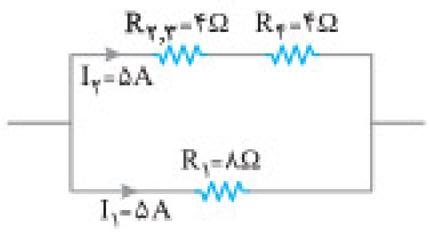
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}}=\frac{6+3+12+4}{12}\Rightarrow R_{eq}=\frac{12}{6+3+12+4}$$

گام دوم برای این که مقاومت معادل کمترین تغییر را داشته باشد، باید پس از حذف یکی از مقاومت‌ها، مقاومت معادلِ مقاومت‌های باقی‌مانده کمترین مقدار را داشته باشد و این در صورتی است که در مخرج کسر $\frac{12}{6+3+12+4}$ کوچک‌ترین عدد (یعنی ۳) را حذف کنیم. اگر دقت کنید، وقتی مخرج مشترک گرفتیم، عدد ۳ مربوط به مقاومت ۴ اهمی بود؛ بنابراین با حذف مقاومت $R_4=4\Omega$ مقاومت معادلِ مقاومت‌های باقی‌مانده کمترین مقدار را دارد، در نتیجه کمترین تغییر مقاومت معادل را ایجاد می‌کند.

۲۰۰۶. گزینه ۱ ابتدا چگونگی به هم‌بستن مقاومت‌ها را تشخیص داده و سپس با رسم شکل، جریان مقاومت ۲۰Ω را به‌دست می‌آوریم. آن‌چه که معلوم است، باید مقاومت‌ها طوری بسته شوند که مقاومت ۸ اهمی با مقاومت معادل ۴Ω، ۵Ω و ۲۰Ω موازی باشد. در واقع، در آخر به دو مقاومت موازی ۸ اهمی ختم شود. اگر مدار مطابق شکل باشد، مقاومت معادل برابر ۴Ω است.



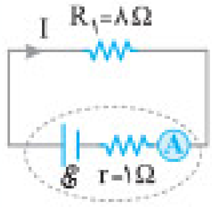


چون مقاومت‌های شاخهٔ بالا و پایین با هم مساوی و هر دو ۸Ω است، جریان شاخهٔ بالا نیز $I_2=5A$ می‌شود. با استفاده از رابطهٔ تقسیم جریان می‌توان نوشت:

$$I'=\frac{R_3}{R_2+R_3}\times I_2\xrightarrow{I_2=5A}I'=\frac{5}{5+20}\times 5=1A$$

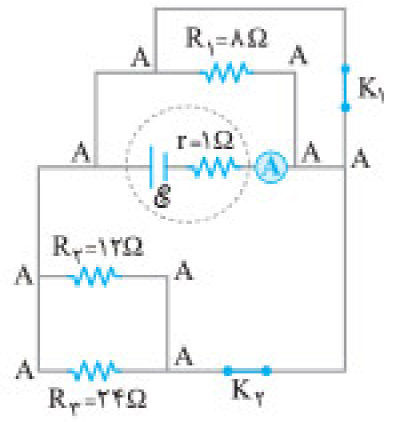
۲۰۰۷. گزینه ۳

گام اول وقتی کلیدهای K_1 و K_2 باز باشند، از مقاومت‌های R_2 و R_3 جریان نمی‌گذرد. در این حالت فقط مقاومت R_1 در مدار است و می‌توان نیروی محرکه ($\mathcal{E}$) را به‌دست آورد:

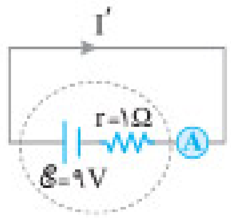


$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r_1=1\Omega,\ I=1A]{R_{eq}=8\Omega}1=\frac{\mathcal{E}}{8+1}\Rightarrow\mathcal{E}=9V$$

گام دوم با نامگذاری گره‌ها متوجه می‌شویم که وقتی کلیدهای K_1 و K_2 بسته شوند، دو سر همهٔ مقاومت‌ها هم‌پتانسیل می‌شوند (اتصال کوتاه رخ می‌دهد) و از مدار حذف می‌گردند. در این حالت $R'_{eq}=0$ می‌شود، (دو سر مولد با یک سیم به هم وصل می‌شود) بنابراین جریان مدار برابر است با:



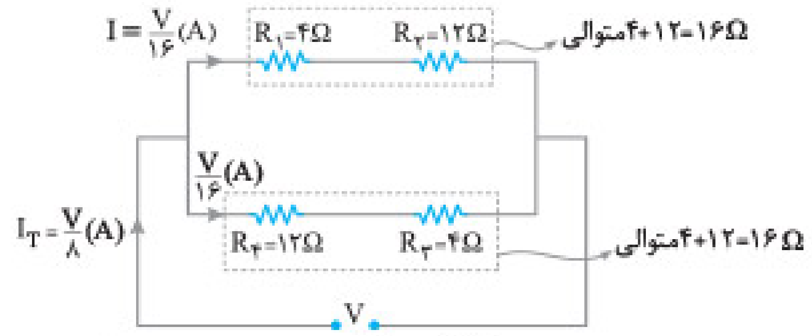
⇒



$$I'=\frac{\mathcal{E}}{R'_{eq}+r}\xrightarrow[R'_{eq}=0]{\mathcal{E}=9V,\ r=1\Omega}I'=\frac{9}{0+1}\Rightarrow I'=9A$$

۲۰۰۸. گزینه ۱

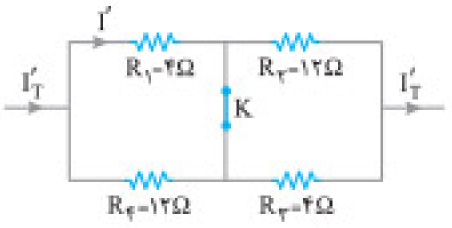
گام اول وقتی کلید K باز باشد، مقاومت معادل شاخهٔ بالا $R_{1,2}=16\Omega$ و مقاومت معادل شاخهٔ پایین نیز $R_{3,4}=16\Omega$ است؛ بنابراین اگر جریان شاخهٔ اصلی را I_T فرض کنیم، این جریان به‌طور مساوی بین دو شاخه تقسیم می‌شود. به همین منظور می‌توان نوشت:



$$R_{eq}=\frac{16}{2}=8\Omega\Rightarrow I_T=\frac{V}{R_{eq}}=\frac{V}{8}(A)$$

$$\Rightarrow I=\frac{I_T}{2}=\frac{\frac{V}{8}}{2}\Rightarrow I=\frac{V}{16}(A)$$

گام دوم وقتی کلید K بسته شود، مقاومت R_1 و R_4 با هم موازی می‌شوند. در این حالت جریان شاخهٔ اصلی (I'_T) به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود. برای محاسبهٔ I'_T ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. چون R_1 با R_4 و R_2 با R_3 موازی‌اند، داریم:



$$R'_{eq}=\frac{4\times12}{4+12}+\frac{12\times4}{12+4}=6\Omega$$

$$I'_T=\frac{V}{R'_{eq}}=\frac{V}{6}(A)$$

حال با استفاده از قاعدهٔ تقسیم جریان، جریان مقاومت R_1 یعنی I' را تعیین می‌کنیم.

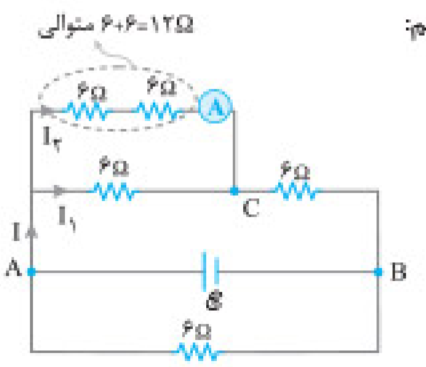
$$I'=\frac{12}{12+4}\times I'_T=\frac{12}{16}\times\frac{V}{6}=\frac{V}{8}(A)$$

گام سوم در نهایت نسبت $\frac{I'}{I}$ را محاسبه می‌کنیم:

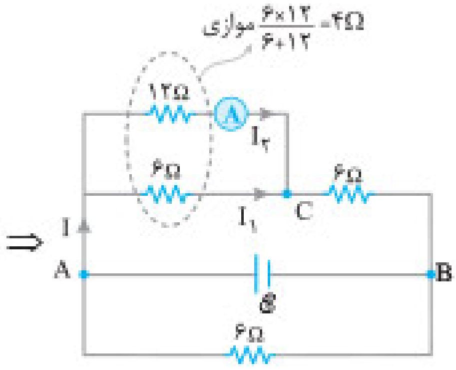
$$\frac{I'}{I}=\frac{\frac{V}{8}}{\frac{V}{16}}=2$$

۲۰۰۹. گزینه ۲

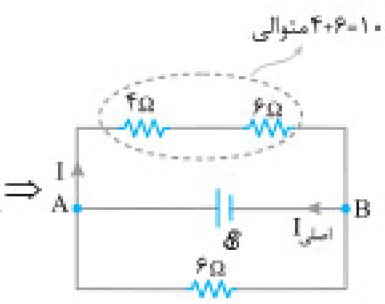
گام اول وقتی مولد بین A و B بسته شود مدار مطابق زیر خواهد بود: مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم تا بتوانیم جریان گذرنده از شاخه‌های مدار را حساب کنیم:



⇒



⇒



$$\xrightarrow{\text{۱۰Ω و ۶Ω موازی}} R_{eq} = \frac{10\times6}{10+6} = \frac{15}{4}\Omega$$

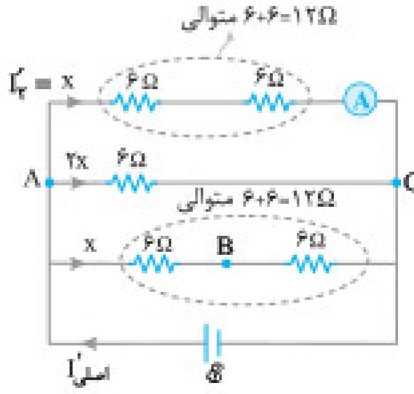
$$\Rightarrow I_{\text{اصلی}} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{15}\mathcal{E}(A)$$

حال از قاعدهٔ تقسیم جریان استفاده می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{جریان مقاومت ۱۰Ω}} I = \frac{6}{6+10}\times\frac{4}{15}\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}}{10}(A)$$

$$\xrightarrow{\text{جریان شاخهٔ آمپرسنج}} I_2 = \frac{6}{6+12}\times\frac{\mathcal{E}}{10} = \frac{\mathcal{E}}{30}(A)$$

گام دوم وقتی مولد بین A و C بسته شود، مدار مطابق روبه‌رو ساده می‌شود:



$$\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow R'_{eq} = 3\Omega \Rightarrow I'_{\text{اصلی}} = \frac{\mathcal{E}_A}{3}$$

از قاعدهٔ x استفاده می‌کنیم:

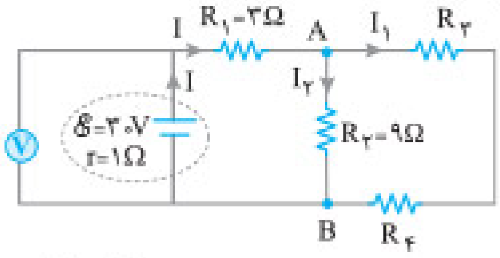
$$x+2x+x = I'_{\text{اصلی}} = \frac{\mathcal{E}}{3} \Rightarrow x = \frac{\mathcal{E}}{12}$$

گام سوم بنابرایــن جریان $I'_2 = \frac{\mathcal{E}}{12}(A)$ از آمپرســنج می‌گذرد. نســبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{I'_2}{I_2} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{12}}{\frac{\mathcal{E}}{30}} = \frac{5}{2}$$

۲۰۱۰. گزینه ۳

گام اول چون اختلاف پتانســیل دو سر مولد معلوم است، جریان گذرنده از مولد را می‌یابیم:



$$V = \mathcal{E} - rI \xrightarrow[\mathcal{E}=30V,\ r=1\Omega]{V=27V} 27 = 30 - 1\times I \Rightarrow I = 3A$$

حالا با توجه به این‌که جریان گذرنده از مقاومت $R_1 = 3\Omega$ نیز $I = 3A$ اســت، اختلاف پتانسیل دو سر آن را حساب می‌کنیم:

$$V_{R_1} = R_1 I = 3\times3 = 9V$$

گام دوم چــون $V = V_{R_1} + V_{AB}$ اســت، V_{AB} و ســپس I_1 و I_2 را حساب می‌کنیم:

$$V = V_{R_1}+V_{AB} \xrightarrow[V_{R_1}=9V]{V=27V} 9+V_{AB}=27 \Rightarrow V_{AB}=18V$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{18}{9} = 2A \xrightarrow{\text{قاعدهٔ انشعاب در گرهٔ A}} I_1+I_2 = I$$

$$\xrightarrow[I_2=2A]{I=3A} I_1+2=3 \Rightarrow I_1 = 1A$$

گام سوم چون توان و جریان عبوری از مقاومت R_4 معلوم‌اند داریم:

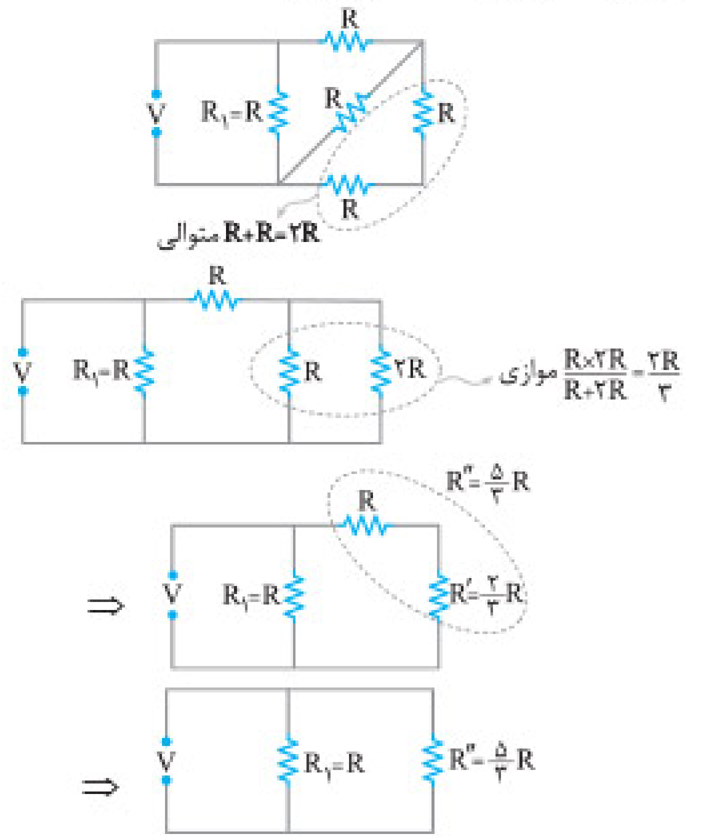
$$P_4 = R_4 I_1^2 \xrightarrow[I_1=1A]{P_4=6W} 6 = R_4\times1^2 \Rightarrow R_4 = 6\Omega$$

در نهایت چون مقاومت معادل مقاومت‌های R_3 و R_4 با مقاومت R_2 موازی هستند، می‌توان نوشت:

$$V_{AB} = (R_3+R_4)I_1$$

$$\xrightarrow[V_{AB}=18V,\ I_1=1A]{R_4=6\Omega} 18 = (R_3+6)\times1 \Rightarrow R_3 = 12\Omega$$

۲۰۱۱. گزینه ۴ باید مقاومتی که بیشــترین توان را مصرف می‌کند، مشخص کنیــم. چون مقاومت‌ها مشــابه‌اند، بــا توجه به نوع اتصال آن‌هــا، طبق رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$، مقاومت R_1 که بیشترین اختلاف پتانسیل را دارد، بیشترین توان را مصرف می‌کند. (دو سر این مقاومت مستقیماً به باتری متصل است.) بنابراین با محاســبهٔ مقاومت معادل و مقایسهٔ توان مقاومت معادل با توان مقاومت R_1، حداکثر توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:



$R_1 = R$ بیشترین توان را مصرف می‌کند، یعنی $P_{R_1} = 20W$ است. در نتیجه با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$ برای مقاومت‌های R_1 و $\frac{5}{3}R$ می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{R_1}}{P_{R''}} = \frac{R''}{R_1} \Rightarrow \frac{20}{P_{R''}} = \frac{\frac{5}{3}R}{R} \Rightarrow P_{R''} = 12W$$

بنابراین توان مصرفی کل برابر $P_{\text{کل}} = P_{R_1}+P_{R''} = 20+12 = 32W$ است.

۲۰۱۲. گزینه ۳ جریان الکتریکی از پایانهٔ مثبت باتری خارج می‌شود که این جهت قراردادی در خلاف جهت حرکت الکترون‌هاست.

۲۰۱۳. گزینه ۳ در رساناهای اهمی $\frac{V}{I}$ مقدار ثابتی است، پس $\frac{\Delta V}{\Delta I}$ نیز باید با $\frac{V}{I}$ برابر باشد. این موضوع را بررسی می‌کنیم:

$$\left.\begin{aligned}\frac{V}{I}&=\frac{6}{3}=2\\ \frac{\Delta V}{\Delta I}&=\frac{0/4}{0/2}=2\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V}{I}=\frac{\Delta V}{\Delta I} \Rightarrow \text{رسانا اهمی است.}$$

با توجه به این‌که $R = \frac{V}{I} = 2\Omega$ است، اگر $V = 10V$ شود، عدد آمپرسنج برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{2} = 5A$$

۲۰۱۴. گزینه ۱ چون جرم سیم ثابت است، با استفاده از رابطهٔ زیر سطح جدید آن را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1} = (\frac{A_1}{A_2})^2 \xrightarrow[R_2=8\Omega]{R_1=800\Omega,\ A_1=4\,mm^2} \frac{8}{800} = (\frac{4}{A_2})^2$$

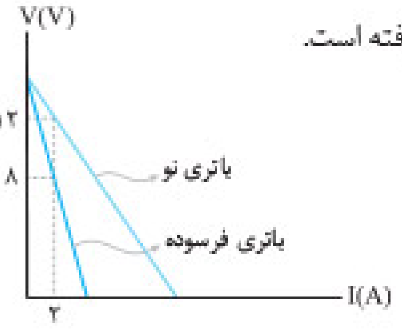
$$\Rightarrow \frac{1}{100} = (\frac{4}{A_2})^2 \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{4}{A_2} \Rightarrow A_2 = 40mm^2$$

۲۰۱۵. گزینه ۱ وقتی باتری فرســوده می‌شــود، مقاومت درونــی آن افزایش می‌یابــد، بنابراین بــا توجه به نمــودار $(V - I)$ مولد و با اســتفاده از رابطهٔ $V = \mathcal{E} - rI$ می‌توان نوشت:

$$V = \mathcal{E} - rI \begin{cases}12 = \mathcal{E} - 2r_1\\ 8 = \mathcal{E} - 2r_2\end{cases} \Rightarrow 4 = 2(r_2 - r_1)$$

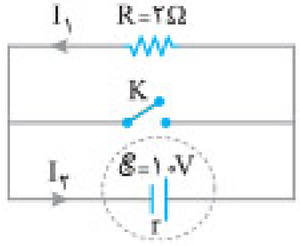
$$\Rightarrow r_2 - r_1 = 2\Omega$$

یعنی مقاومت درونی مولد 2Ω افزایش یافته است.



۲.۱۶. (گزینهٔ ۳)

گام اول در حالتی که کلید K باز است، مقاومت درونی مولد را می‌یابیم:

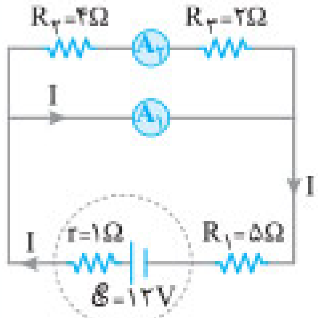


$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}\Rightarrow 4=\frac{10}{2+r}\Rightarrow r=0/5\Omega$$

گام دوم با بستن کلید K، دو سر مقاومت R هم‌پتانسیل می‌شود (اتصال کوتاه رخ می‌دهد)؛ در نتیجه جریان الکتریکی از آن عبور نمی‌کند ($I_1=0$) و از مدار خارج می‌شود. در این حالت $R_{eq}=0$ است و جریان الکتریکی مدار برابر I_2 خواهد بود. بنابراین داریم:

$$I_2=I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}=\frac{10}{0+0/5}\Rightarrow I_2=20A$$

۲.۱۷. (گزینهٔ ۴) چون آمپرسنج‌ها ایده‌آل‌اند، مقاومت آن‌ها ناچیز است؛ بنابراین مانند یک سیم عمل می‌کنند. از طرف دیگر، مطابق شکل، چون دو سر شاخهٔ بالا هم‌پتانسیل‌اند (اتصال کوتاه رخ می‌دهد)، از این شاخه و از مقاومت‌های R_2 و R_3 جریان الکتریکی عبور نمی‌کند در نتیجه از مدار حذف می‌شوند؛ بنابراین آمپرسنج A_2 جریان صفر را نشان می‌دهد. جریان آمپرسنج A_1 برابر است با:



$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=1\Omega]{R_{eq}=5\Omega,\ \mathcal{E}=12V}I=\frac{12}{5+1}\Rightarrow I=2A$$

۲.۱۸. (گزینهٔ ۴)

روش اول **گام اول** چون در هر دو مقاومت در مدت معین به یک اندازه گرما تولید می‌شود (انرژی الکتریکی مصرف می‌شود)، از رابطهٔ $U=RI^2t$ جریان مقاومت‌ها را می‌یابیم:

$$U_1=U_2\Rightarrow R_1I_1^2\cancel{t_1}=R_2I_2^2\cancel{t_2}\xrightarrow[t_1=t_2]{R_1=4\Omega,R_2=9\Omega}4I_1^2=9I_2^2$$

$$\Rightarrow 2I_1=3I_2$$

گام دوم حالا با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}$، مقاومت درونی را می‌یابیم:

$$2I_1=3I_2\Rightarrow 2\times\frac{\cancel{\mathcal{E}}}{R_1+r}=3\times\frac{\cancel{\mathcal{E}}}{R_2+r}\Rightarrow\frac{2}{4+r}=\frac{3}{9+r}$$

$$\Rightarrow 12+3r=18+2r\Rightarrow r=6\Omega$$

روش دوم چون انرژی مصرفی در یک مدت معین در مقاومت‌ها یکسان است، داریم:

$$P_1=P_2\Rightarrow r=\sqrt{R_1R_2}\xrightarrow[R_2=9\Omega]{R_1=4\Omega}r=\sqrt{4\times9}\Rightarrow r=6\Omega$$

۲.۱۹. (گزینهٔ ۴) چون لامپ‌ها به‌صورت متوالی به هم بسته شده‌اند و دو سر مجموعه به $V_{\text{اسمی}}=220V$ وصل شده است، توان مصرفی مجموعهٔ لامپ‌ها از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{P_t}=\frac{1}{P_1}+\frac{1}{P_2}\xrightarrow{P_1=P_2=100W}\frac{1}{P_t}=\frac{1}{100}+\frac{1}{100}\Rightarrow P_t=50W$$

تذکر: برای حل این سؤال به روش معمولی، ابتدا مقاومت هر لامپ را حساب می‌کنیم، سپس مقاومت معادل مقاومت‌های متوالی را می‌یابیم و در آخر از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ استفاده می‌کنیم.

۲.۲۰. (گزینهٔ ۳)

روش اول **گام اول** چون به ازای $I=4A$، توان خروجی (مفید) مولد به بیشینه مقدار خود رسیده است، به ازای این جریان الکتریکی $R=r$ است. بنابراین، ابتدا R را می‌یابیم:

$$P=RI^2\xrightarrow[I=4A]{P=5W}5=R\times16\Rightarrow R=\frac{5}{16}\Omega$$

گام دوم چون $r=R$ است، به‌صورت زیر $\mathcal{E}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\mathcal{E}=(R+r)I\xrightarrow[I=4A]{R=r=\frac{5}{16}\Omega}\mathcal{E}=(\frac{5}{16}+\frac{5}{16})\times4\Rightarrow\mathcal{E}=2/5V$$

روش دوم وقتی توان خروجی مولد بیشینه باشد، نیروی محرکهٔ مولد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$P_{max}=\frac{1}{2}\mathcal{E}I\xrightarrow[I=4A]{P_{max}=5W}5=\frac{1}{2}\mathcal{E}\times4\Rightarrow\mathcal{E}=2/5V$$

۲.۲۱. (گزینهٔ ۲)

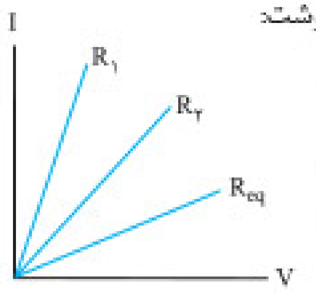
گام اول با توجه به شکل، به ازای $R_1=2\Omega$ و $R_2=8\Omega$ توان خروجی مولد با هم برابر است؛ بنابراین ابتدا مقاومت درونی مولد را حساب می‌کنیم:

$$r=\sqrt{R_1R_2}=\sqrt{2\times8}\Rightarrow r=4\Omega$$

گام دوم حالا با استفاده از رابطهٔ زیر بیشینهٔ توان خروجی مولد را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{max}=\frac{\mathcal{E}^2}{4r}\xrightarrow[r=4\Omega]{\mathcal{E}=16V}P_{max}=\frac{16\times16}{4\times4}\Rightarrow P_{max}=16W$$

۲.۲۲. (گزینهٔ ۴) با توجه به رابطهٔ $I=\frac{V}{R}$، شیب نمودار $I-V$ برابر وارون مقاومت است. بنابراین با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

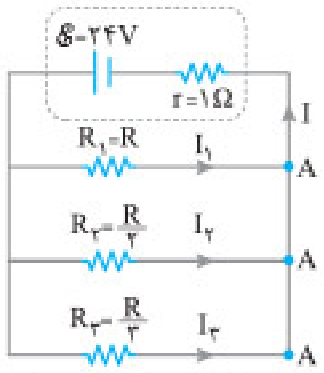


$$\frac{1}{R_1}>\frac{1}{R_2}>\frac{1}{R_{eq}}\Rightarrow R_{eq}>R_2>R_1$$

چون مقاومت معادل دو مقاومت بزرگ‌تر از هر یک از مقاومت‌ها است، الزاماً مقاومت‌ها متوالی‌اند و $R_1<R_2$ است.

۲.۲۳. (گزینهٔ ۱)

گام اول چون مقاومت‌ها با هم موازی‌اند جریان به نسبت عکس بین آن‌ها تقسیم می‌شود. چون جریان مقاومت R برابر $I_1=2A$ است، می‌توان نوشت:



$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}\Rightarrow\frac{2}{I_2}=\frac{\frac{R}{2}}{R}\Rightarrow I_2=4A$$

$$\frac{I_1}{I_3}=\frac{R_3}{R_1}\Rightarrow\frac{2}{I_3}=\frac{\frac{R}{3}}{R}\Rightarrow I_3=6A$$

گام دوم با نوشتن قاعدهٔ انشعاب در گره A، جریان شاخهٔ اصلی را حساب می‌کنیم:

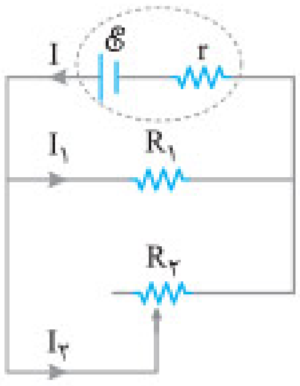
$$I=I_1+I_2+I_3=2+4+6=12A$$

گام سوم حال اختلاف پتانسیل دو سر باتری که همان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R است را حساب می‌کنیم و در نهایت با استفاده از رابطهٔ $R=\frac{V}{I}$ مقدار مقاومت را به‌دست می‌آوریم:

$$V=\mathcal{E}-rI=24-(1\times12)=12V\xrightarrow{R=\frac{V}{I_1}}R=\frac{12}{2}=6\Omega$$

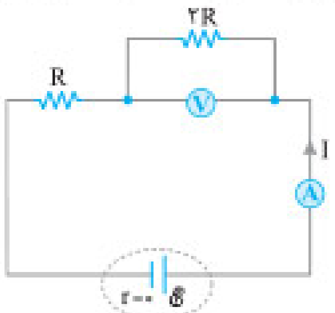
۲.۲۴. (گزینهٔ ۱) با حرکت رئوستا به سمت چپ، مقاومت R_2 افزایش می‌یابد، در نتیجه بنا به رابطهٔ $\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ مقاومت معادل نیز افزایش خواهد یافت. با افزایش مقاومت معادل مدار، بنا به رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان اصلی مدار کاهش یافته و طبق رابطهٔ $V=\mathcal{E}-rI$، ولتاژ دو سر مولد افزایش می‌یابد.

چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ برابر اختلاف پتانسیل دو سر مولد است، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ افزایش یافته و طبق رابطهٔ $I_۱ = \frac{V_۱}{R_۱}$، چون $R_۱$ ثابت است، با افزایش $V_۱$، جریان الکتریکی $I_۱$ نیز افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، چون $I = I_۱ + I_۲$ است، با کاهش I و افزایش $I_۱$، باید $I_۲$ کاهش یابد.



۲.۲۵ (گزینه ۴)

گام اول می‌دانیم آمپرسنج جریان شاخهٔ اصلی و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $۲R$ را نشان می‌دهد. بنابراین ابتدا مقاومت معادل مدار را برای حالتی که کلید K باز است به‌دست می‌آوریم و سپس جریان آمپرسنج و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $۲R$ را حساب می‌کنیم. وقتی کلید K باز است، مقاومت‌های R و $۲R$ با هم متوالی‌اند. در این حالت داریم:

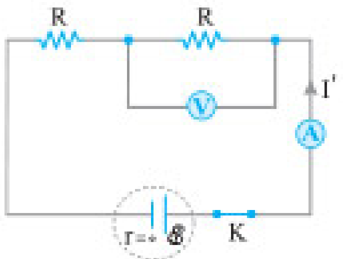


$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} = \frac{\mathcal{E}}{۳R+۰} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{۳R}$$

$$V = ۲R \times I = ۲R \times \frac{\mathcal{E}}{۳R} \Rightarrow V = \frac{۲\mathcal{E}}{۳}$$

گام دوم وقتی کلید K بسته شود، مقاومت $۲R$ به صورت موازی به مدار اضافه می‌شود. در این حالت ولت‌سنج اختلاف پتانسیل مقاومت معادل مقاومت‌های $۲R$، یعنی R را نشان می‌دهد. بنابراین ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

$$R_{eq} = R + \frac{۲R \times ۲R}{۲R+۲R} = R + R = ۲R$$



$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} = \frac{\mathcal{E}}{۲R+۰} \Rightarrow I' = \frac{\mathcal{E}}{۲R}$$

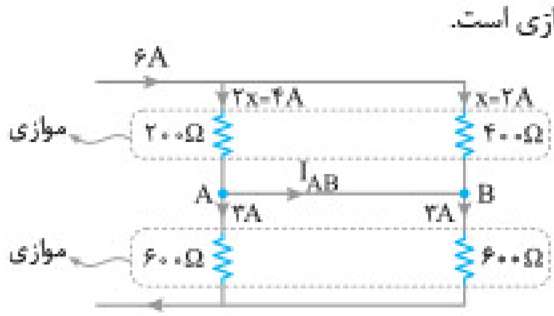
$$V' = R \times I' = R \times \frac{\mathcal{E}}{۲R} \Rightarrow V' = \frac{\mathcal{E}}{۲}$$

در نهایت نسبت‌های خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{۲R}}{\frac{\mathcal{E}}{۳R}} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{۳}{۲}$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{۲}}{\frac{۲\mathcal{E}}{۳}} \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{۳}{۴}$$

۲.۲۶ (گزینه ۲) مقاومت‌های ۴۰۰Ω و ۲۰۰Ω با یکدیگر موازی هستند. همچنین دو مقاومت ۳۰۰Ω با هم به طور متوالی بسته شده‌اند و مقاومت معادل آن‌ها ۶۰۰Ω است. ضمناً این مقاومت ۶۰۰Ω با مقاومت ۶۰۰Ω در سمت چپ موازی است.



با استفاده از روش x در تقسیم جریان داریم:

$$۳x = ۶A \Rightarrow x = ۲A \Rightarrow \begin{cases} I_{۴۰۰\Omega} = x = ۲A \\ I_{۲۰۰\Omega} = ۲x = ۴A \end{cases}$$

جریان $۶A$ به‌صورت مساوی بین دو مقاومت ۶۰۰Ω تقسیم می‌شود:

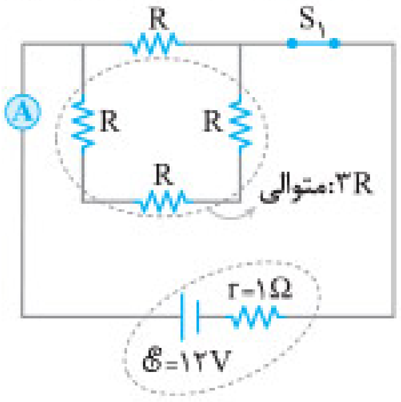
$$I_{۶۰۰\Omega} = \frac{۶}{۲} = ۳A$$

در نهایت با استفاده از قاعدهٔ انشعاب در گرهٔ A داریم:

$$I_{۲۰۰\Omega} = I_{۶۰۰\Omega} + I_{AB} \Rightarrow I_{AB} = ۴ - ۳ = ۱A$$

۲.۲۷ (گزینه ۲)

گام اول وقتی کلید $S_۱$ بسته و $S_۲$ باز باشد، مقاومت‌های R شاخهٔ پایین با هم متوالی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت R شاخهٔ بالا موازی است. در این حالت با محاسبهٔ مقاومت معادل مدار و استفاده از رابطهٔ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، اندازهٔ مقاومت R را به‌دست می‌آوریم:

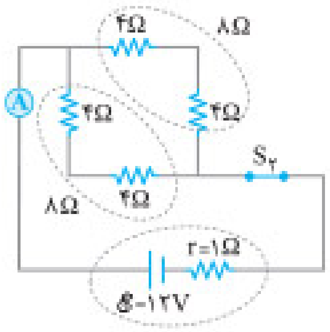


$$R_{eq} = \frac{R \times ۳R}{R + ۳R} = \frac{۳R}{۴}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} \xrightarrow[r=۱\Omega]{I=۳A\ ,\ \mathcal{E}=۱۲V} ۳ = \frac{۱۲}{\frac{۳R}{۴}+۱}$$

$$\Rightarrow R = ۴\Omega$$

گام دوم وقتی کلید $S_۱$ باز و $S_۲$ بسته شود، مدار به صورت مقابل در می‌آید. در این حالت می‌توان نوشت:

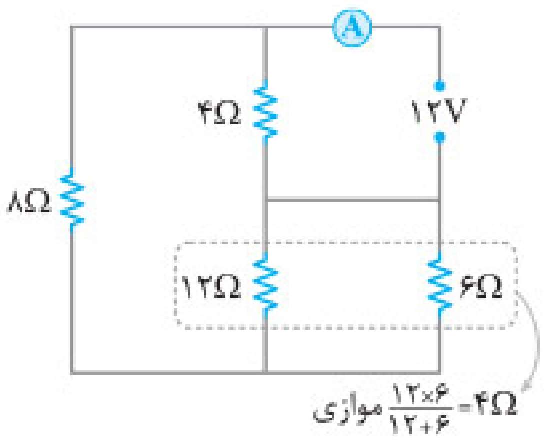


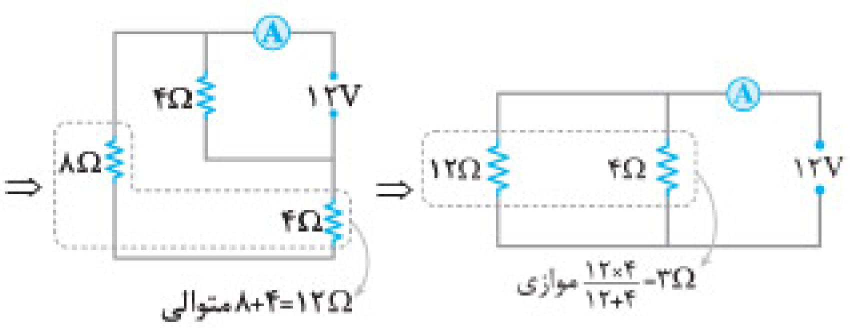
$$R'_{eq} = \frac{R}{n} = \frac{۸}{۲} \Rightarrow R'_{eq} = ۴\Omega$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq}+r} = \frac{۱۲}{۴+۱} \Rightarrow I' = ۲/۴A$$

۲.۲۸ (گزینه ۳)

• **حالت اول** کلید K باز است:

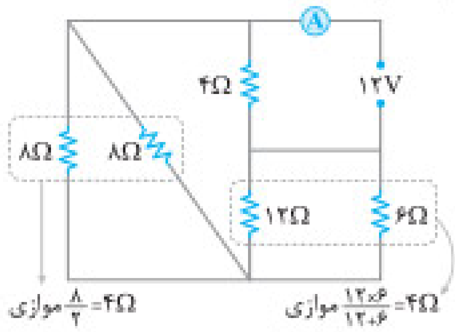


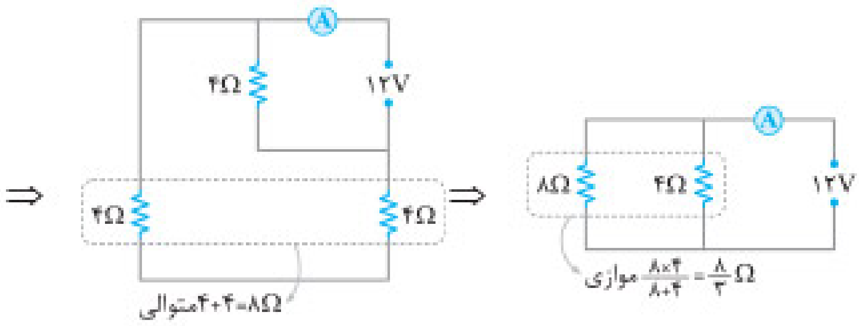


در نتیجه $R_{eq_۱} = ۳\Omega$ می‌شود و عدد آمپرسنج که جریان شاخهٔ اصلی را نشان می‌دهد، مطابق زیر است:

$$I_۱ = \frac{V}{R_{eq_۱}} \xrightarrow[R_{eq_۱}=۳\Omega]{V=۱۲V} I_۱ = \frac{۱۲}{۳} = ۴A$$

حالت دوم کلید K بسته است:





در نتیجه $R_{eq_۲}=\frac{۸}{۳}\Omega$ شده و جریان گذرنده از آمپرسنج برابر است با:

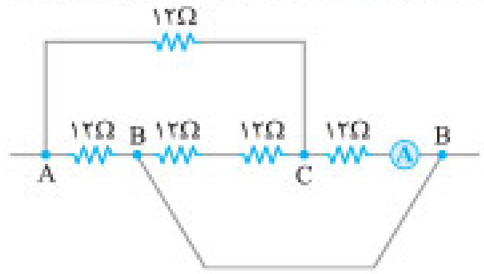
$$I_۲=\frac{V}{R_{eq_۲}}=\frac{۱۲}{\frac{۸}{۳}}=۴/۵A$$

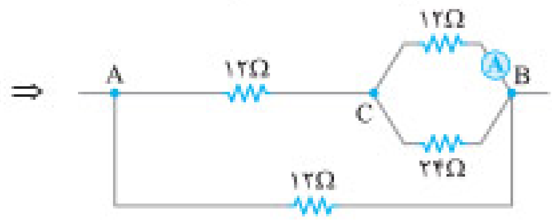
تغییرات جریان خواسته شده است:

$$\Rightarrow \Delta I=I_۲-I_۱=۴/۵-۴=۰/۵A$$

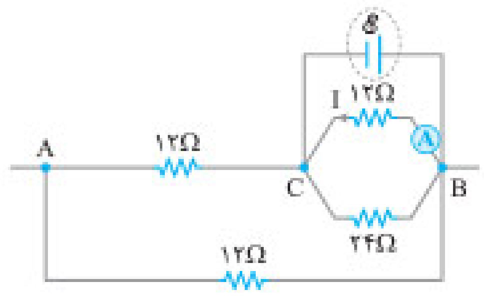
بنابراین جریان $۰/۵A$ زیاد می‌شود.

۲.۲۹. گزینهٔ ۲ ابتدا با استفاده از قاعدهٔ نامگذاری گره‌ها، مدار را مطابق زیر ساده می‌کنیم:



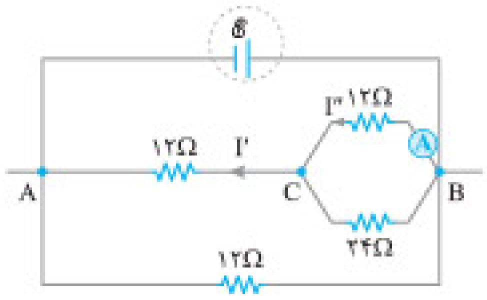


مرحلهٔ اول: باتری آرمانی بین B و C وصل می‌شود:



$$\Rightarrow I=\frac{\mathcal{E}}{۱۲}(A)$$

مرحلهٔ دوم: باتری آرمانی بین A و B وصل می‌شود:



ابتدا مقاومت معادل شاخهٔ وسط را می‌یابیم و در نهایت با استفاده از قاعدهٔ تقسیم جریانی، I'' را حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=۸+\frac{۱۲\times۲۴}{۱۲+۲۴}=۲۰\Omega\Rightarrow I'=\frac{\mathcal{E}}{۲۰}\Rightarrow I''=\frac{۲۴}{۲۴+۱۲}\times\frac{\mathcal{E}}{۲۰}=\frac{\mathcal{E}}{۳۰}(A)$$

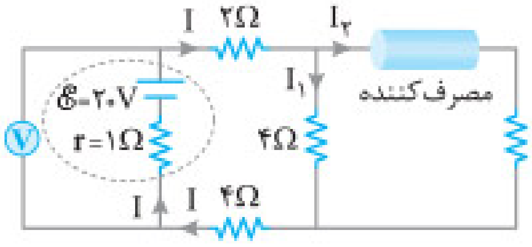
حال نسبت خواسته شده را به راحتی محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{I''}{I}=\frac{\frac{\mathcal{E}}{۳۰}}{\frac{\mathcal{E}}{۱۲}}=\frac{۱۲}{۳۰}=\frac{۲}{۵}=۰/۴$$

۲.۳۰. گزینهٔ ۴ **گام اول** با توجه به ولتاژ دو سر باتری $(V=۱۸V)$، جریان شاخهٔ اصلی مدار را تعیین می‌کنیم:

$$V=\mathcal{E}-rI\Rightarrow ۱۸=۲۰-۱\times I\Rightarrow I=۲A$$

گام دوم از طرفی ولتاژ $V=۱۸V$، مجمـوع ولتاژ مقاومت‌های ۲، ۴ و ۴ اُهمی نیز هست. از این طریق جریان $I_۱$ و سپس $I_۲$ را محاسبه می‌کنیم:



$$V=\underbrace{V_{۲\Omega}}_{۲I}+\underbrace{V_{۴\Omega}}_{۴I_۱}+\underbrace{V_{۴\Omega}}_{۴I}\Rightarrow ۱۸=۲\times۲+۴I_۱+۴\times۲\Rightarrow I_۱=۱/۵A$$

بنابراین با استفاده از قاعدهٔ انشعاب داریم:

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow ۲=۱/۵+I_۲\Rightarrow I_۲=۰/۵A$$

گام سوم در صورت تست $P_{\text{مصرف‌کننده}}=۱W$ داده شده است:

$$P_{\text{مصرف‌کننده}}=V_{\text{مصرف‌کننده}}\times I_۲$$

$$\Rightarrow ۱=V_{\text{مصرف‌کننده}}\times۰/۵\Rightarrow V_{\text{مصرف‌کننده}}=۲V$$

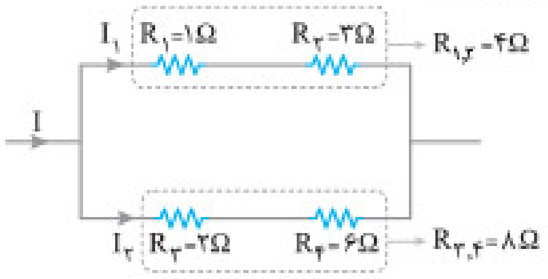
گام چهارم در نتیجه در شاخهٔ سمت راست مدار داریم:

$$V_{\text{مصرف‌کننده}}+V_{R_۲}=V_{۴\Omega}$$

$$\xrightarrow[V_{\text{مصرف‌کننده}}=۲V,\ V_{R_۲}=R_۲I_۲]{V_{۴\Omega}=۴\times۱/۵=۶V}۲+(R_۲\times۰/۵)=۶\Rightarrow R_۲=۸\Omega$$

۲.۳۱. گزینهٔ ۳

گام اول ابتدا جریان هر شاخه را برحسب جریان اصلی مدار می‌یابیم. چون شاخهٔ بالا $(R_{۱,۲}=۱+۳=۴\Omega)$ و شاخهٔ پایین $(R_{۳,۴}=۲+۶=۸\Omega)$ با هم موازی‌اند، می‌توان نوشت:



$$\begin{cases}I_۱=\frac{R_{۳,۴}}{R_{۱,۲}+R_{۳,۴}}\times I=\frac{۸}{۸+۴}\times I=\frac{۲}{۳}I\\ I_۲=I-I_۱=\frac{۱}{۳}I\end{cases}$$

گام دوم تـوان مصرفی هر مقاومـت را از رابطهٔ $P=RI^۲$ می‌یابیم و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$P_۱=R_۱I_۱^۲=۱\times\frac{۴I^۲}{۹}\Rightarrow P_۱=\frac{۴}{۹}I^۲$$

$$P_۲=R_۲I_۲^۲=۳\times\frac{۴I^۲}{۹}\Rightarrow P_۲=\frac{۴}{۳}I^۲$$

$$P_۳=R_۳I_۳^۲=۲\times\frac{I^۲}{۹}\Rightarrow P_۳=\frac{۲}{۹}I^۲$$

$$P_۴=R_۴I_۴^۲=۶\times\frac{I^۲}{۹}\Rightarrow P_۴=\frac{۲}{۳}I^۲$$

با مقایسـهٔ توان مصرفی مقاومت‌ها، می‌بینیم که توان مصرفی مقاومت $R_۳$ از بقیهٔ مقاومت‌ها کمتر است.